10/14

エタール・コホモロジーによる解釈。

$$2-2g=\chi(X).$$

例１.

$$f_*\bar{\mathbb{Q}}_\ell=\bar{\mathbb{Q}}_\ell\oplus\bigoplus_{\chi:\mu_n\to\bar{\mathbb{Q}}_\ell^\times,\neq 1}\mathcal{L}_\chi$$

$\mathcal{L}_\chi$ は $U=Y-\mathbf{P}^1(\mathbb{F}_p)$ 上の smooth 層で階数 1.

$$\chi(X)=\chi(Y)+\sum_{\chi\neq 1}\chi_c(U,\mathcal{L}_\chi).$$

ここで，$\chi_c(U,\mathcal{L}_\chi)=\chi_c(U)=\chi(Y)-(p+1)$ だから，

$$\chi(X)=n\cdot\chi(Y)-(p+1)(n-1).$$

例 2.

$$\pi_*\bar{\mathbb{Q}}_\ell=\bar{\mathbb{Q}}_\ell\oplus\bigoplus_{\psi:\mathbb{F}_p\to\bar{\mathbb{Q}}_\ell^\times,\neq 1}\mathcal{L}_\psi$$

$\mathcal{L}_\psi$ は $U=Y-\infty$ 上の smooth 層で階数 1.

$$\chi(X)=\chi(Y)+\sum_{\chi\neq 1}\chi_c(U,\mathcal{L}_\psi).$$

ここで，$\chi_c(U,\mathcal{L}_\psi)=\chi_c(U)-n=\chi(Y)-(n+1)$ だから，

$$\chi(X)=p\cdot\chi(Y)-(p-1)(n+1).$$

エタール射：スキームの射がエタールとは，有限表示，平坦かつ $\Omega^1=0$

例：$A=F[X]$，$B=A[Y]/(Y^n-(X^p-X))$ B は A 加群として有限生成自由. $\Omega^1_{B/A}=BdY/(nY^{n-1}\cdot dY)\simeq B/(nY^{n-1})$ $F[X,\dfrac{1}{X^p-X}]$ 上ではエタール.

エタール被覆:エタール射の族 $U_i\to U$ $(i\in I)$ がエタール被覆であるとは，$\bigcup_{i\in I}\mathrm{Im}(U_i\to U)$.

エタール層：前層とは反変関手 $X^{\mathrm{et}}\to$ (集合) のこと.

前層が層であるとは，$U_i\to U$ $(i\in I)$ がエタール被覆なら $\mathcal{F}(U)\to\{(f_i)\in\prod_{i\in I}\mathcal{F}(U_i)|f_i|_{U_i\times_U U_j}=f_j|_{U_i\times_U U_j},i,j\in I\}$ が全単射.

準連接層はエタール層:$A\to B$ が忠実平坦で M が A 加群なら，$0\to M\to M\otimes_A B\to M\otimes_A B\otimes_A B$ は完全.（fpqc デサント）

系　表現可能なら層：