10/08 講義予定
多変数関数の微分：
・偏微分、合成関数の微分とその応用.
・全微分、偏微分の順序交換。
・Taylor の定理。
・極大、極小.
重積分
・定義.
・累次積分.
・応用（面積、体積、重心など）
・変数変換公式とその応用

2 変数の関数：([長瀬・芦野] 7.1, [金子]II 6.1, [小平]II §6.1)
実数の対 (x, y) に対し，実数 $f(x, y)$ を対応させる規則.
例　$f(x, y) = x + y, xy, e^{-x^2-y^2}, \ldots$
式で与えられている必要がないのは 1 変数のときと同様.
定義域が $\mathbb{R}^2 = \{(x, y) | x, y \in \mathbb{R}\}$ 全体とは限らない.
例　$f(x, y) = \dfrac{x}{y}, x^y = e^{y \log x}, \ldots$
2 変数関数の可視化：
まず，定義域について，$\mathbb{R}^2$ を平面の点全体の集合と同一視する.
関数のグラフ
$\{(x, y, z) | (x, y) \in$ 定義域$, z = f(x, y)\}$ は空間 $\mathbb{R}^3$ の部分集合を定める．これを図示しないといけない.
例：球面の上半分 $z = \sqrt{1 - (x^2 + y^2)}$
平面 $z = ax + by + c$
$z = ax + by + c$ 上の点の位置ベクトル $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = x \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ a \end{pmatrix} + y \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ b \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ c \end{pmatrix}$
一般の場合：$z = f(x, b), z = f(a, y)$ のグラフをいっぱい書く.
2 変数関数の極限：$\displaystyle\lim_{(x,y)\to(a,b)} f(x, y)$
$\displaystyle\lim_{x\to a}\left(\lim_{y\to b} f(x, y)\right)$ や $\displaystyle\lim_{y\to b}\left(\lim_{x\to a} f(x, y)\right)$ とは意味が違う.
例：$\displaystyle\lim_{x\to 0}\left(\lim_{y\to 0}\frac{xy}{x^2+y^2}\right) = 0$，$\displaystyle\lim_{y\to 0}\left(\lim_{x\to 0}\frac{x^2}{x^2+y^2}\right) = 0$．だが，$x = y$ としてから $x \to 0$ とすると，$\displaystyle\lim_{x\to 0}\frac{x^2}{2x^2} = \frac{1}{2}$.

$x = r\cos\theta, y = r\sin\theta$ とおけば，$\dfrac{xy}{x^2+y^2} = \dfrac{\sin 2\theta}{2}$。

$\lim_{(x,y)\to(a,b)} f(x,y) = A$ とは，$\lim_{r\to+0} g(r) = 0$ をみたす関数で，$0 < (x-a)^2 + (y-b)^2 \leq r^2$ ならば $|f(x,y) - A| \leq g(r)$ をみたすものをとれること．(ε-δ 論法でいえば，r が δ, $g(r)$ が ε．)

例：$f(x,y) = xy$ のとき．$|xy - ab| = |(x-a)(y-b) + (x-a)b + a(y-b)| \leq |x-a||y-b| + |x-a||b| + |y-b||a| \leq r^2 + (|a| + |b|)r (= g(r))$