レポート問題　その３　しめきりは講義の最終日の 7 月 12 日です.

問題 1 $\mathbb{C}(z)^\times, \mathbb{C}(w)^\times$ で，それぞれ z, w の複素数係数の 0 でない有理式全体が乗法に関してなす可換群を表す．可換群の射 $N\colon \mathbb{C}(w)^\times \to \mathbb{C}(z)^\times$ を，$f(w) \in \mathbb{C}(w)^\times$ に対し $N(f(w)) = f(w)f(-w)$ を $z = w^2$ の有理式と考えたもの $g(z) \in \mathbb{C}(z)^\times$ とおくことで定める．リーマン球面の連続写像 $p\colon \mathbf{P}^1 \to \mathbf{P}^1$ を $p(w) = w^2, p(\infty) = \infty$ で定める．このとき，可換群の射の図式

$$\begin{array}{ccc} \mathbb{C}(w)^\times & \longrightarrow & \mathrm{Div}(\mathbf{P}^1) \\ {\scriptstyle N}\big\downarrow & & \big\downarrow{\scriptstyle p_*} \\ \mathbb{C}(w)^\times & \longrightarrow & \mathrm{Div}(\mathbf{P}^1) \end{array}$$

は可換であることを示せ.

問題 2 整数を成分とするベクトル全体の集合 $\mathbb{Z}^2$ を，成分ごとの和により可換群と考える．$A \in M_2(\mathbb{Z})$ を成分が整数の行列とし，可換群の射 $f\colon \mathbb{Z}^2 \to \mathbb{Z}^2$ を $f(x) = Ax$ で定める．

$\det A \neq 0$ ならば，余核 $\mathrm{Coker}(f\colon \mathbb{Z}^2 \to \mathbb{Z}^2)$ の元の個数は $\pm \det A$ であることを示せ.

問題は以上ですが，講義の感想も書いてください．内容は自由ですが，たとえば次のようなことについて書いてください.

・よくわかったところ／難しかったところ
・おもしろかったところ／退屈だったところ
・知らなかったこと／もっと聞きたかったこと
・よかったところ／期待はずれだったところ

感想の内容は成績と関係しません．安心して書いてください.