２００６年度数学 II（社学）演習　　　　　　　'06/5/17（水）１時限

問１． 以下の一次方程式を解け.

1) $\begin{cases} -x+y+z+w=1 \\ x-y+z+w=0 \\ x+y-z+w=0 \\ x+y+z-w=0 \end{cases}$　　2) $\begin{cases} 2x-4y=10 \\ -3x+4y=-13 \\ 3x+y=8 \end{cases}$

3) $\begin{cases} x+y+z+w=4 \\ x+2y-w=2 \\ 3x+y-z+w=4 \end{cases}$

問２． 以下の行列 X, Y について, X^2, Y^2, XY, YX を計算せよ.

$$X = \begin{pmatrix} -4 & -3 & 1 & 0 \\ 3 & 4 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 4 & 3 \\ 0 & 0 & -3 & 4 \end{pmatrix}, \ Y = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 & 0 \\ -3 & 2 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & -2 & 3 \\ 0 & -1 & -3 & -2 \end{pmatrix}$$

問３． A を m 次の可逆な（正則な）行列とする.

1) もし, A が m_1 次の正方行列 A_{11} と m_2 次の正方行列 A_{22} （ただし $m=m_1+m_2$）によって

$$A = \begin{pmatrix} A_{11} & O \\ O & A_{22} \end{pmatrix}$$

と区分けされていたとすると, A_{11}, A_{22} は共に可逆であって,

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} A_{11}^{-1} & O \\ O & A_{22}^{-1} \end{pmatrix}$$

であることを示せ.

2) 同様に, A が m_1 次の正方行列 A_{11}, m_2 次の正方行列 A_{22} と $(m_1 \times m_2)$-行列 A_{12} （ただし $m=m_1+m_2$）により

$$A = \begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} \\ O & A_{22} \end{pmatrix}$$

と区分けされていたとすると, やはり A_{11}, A_{22} は共に可逆であって,

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} A_{11}^{-1} & B \\ O & A_{22}^{-1} \end{pmatrix}$$

と適当な $(m_1 \times m_2)$-行列 B により表されることを示せ. B は A_{11}, A_{12}, A_{22} の具体的な式で表すことが出来るので, その式も求めよ.

（以上）