

問1. 行列 X, Y を以下のように定めるとき, XY, YX のそれぞれについて, 定義されるならば計算せよ.

$$1) X = \begin{pmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha \\ \sin \alpha & \cos \alpha \end{pmatrix}, Y = \begin{pmatrix} \cos \beta & -\sin \beta \\ \sin \beta & \cos \beta \end{pmatrix}$$

$$2) X = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 \\ -1 & 1 & 1 \end{pmatrix}, Y = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ -1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$3) X = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 1 \\ -2 & 1 & 0 \end{pmatrix}, Y = \begin{pmatrix} 10 & 5 & -3 \\ 20 & 10 & -6 \\ -30 & -15 & 9 \end{pmatrix}$$

問2. 以下の連立一次方程式を解け.

$$1) 3x + 4y = 20, 2x - 5y = -2$$

$$2) \begin{cases} 2x - 4y - 4z = -6 \\ -2x + 7y - 13z = -8 \\ x - 7y + 9z = 3 \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} x + 3y - 4z = 5 \\ 2x - 3z = 4 \\ -y + 5z = -1 \end{cases}$$

$$4) \begin{cases} -2x + y + z = 1 \\ x - 2y + z = -2 \\ x + y - 2z = 3 \end{cases}$$

$$5) \begin{cases} x + 2y + 7z + 6w = -1 \\ 3x + y + 16z + 3w = 2 \\ 3x - 4y + 11z - 12w = 7 \end{cases}$$

問3. 2次正方行列であって, $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ と可換となるものを全て求めよ. ここで, 二つの正方行列 X, Y が可換であるとは, $XY = YX$ が成り立つことをいう.

(以上)