

河東泰之 (かわひがしやすゆき)
数理科学研究科棟 310 号室 (電話 5465-7024)
e-mail yasuyuki@ms.u-tokyo.ac.jp

この講義は、教養課程の1, 2年生を対象にした自由選択のコースです。毎週月曜日の16:20 ~ 17:50 に、数理科学研究棟の122号室で行います。講義内容は Non-standard Analysis(超準解析) と呼ばれる理論です。

無限大 $\times 0$ はいくつだろうか。あるいは、無限大-無限大では?

こういうことを考えて見たことのある人は多いと思います。また、高校で極限を習った時、何かごまかされているように思った人も少なくないことでしょう。たとえば、微分を計算する時に「 h は0でないから」と言って分子と分母を h で割っておいて、あとから $h = 0$ としているように見えます。またそもそも「限りなく近づく」とはどういうことでしょうか。高校の教科書をよく見ると、行列や三角関数の話などはかなり厳密に書いてあるのに、微分積分になると「...であることが知られている」と言って逃げているようなところがかなりあることにも気づきます。

数学は論理に依存する学問ですから、このような「ごまかし」の上に理論を築いていいはずがありません。このような極限に関連した理論を厳密に扱う一つの方法が、1年生の数学IAの講義で扱う ε - δ 論法です。しかしこれとは別に、もっと直接的に、無限大、無限小、極限などを厳密に扱う理論として、Non-standard Analysis(超準解析) というものが20世紀後半に成立しています。この理論のもとでは、無限大や無限小が普通の実数と同じような数学的実体として捉えられます。このゼミではこの理論について初歩から講義します。この講義に対する準備としては、数学IAの最初で教えるような厳密な実数論や、 ε - δ 論法を理解していることと、抽象数学での論理的方法に対する「慣れ」を期待します。したがって、普通の基準で言えば主に2年生(の数学的に優秀な人)を対象にしていますが、普通でない1年生は歓迎します。将来、数学またはそれに密接に関連した理論科学の研究者になりたいという人を想定して講義します。

私の専門は無限次元行列の集まりのようなものを研究する、作用素環論と言うものですが、この理論で1983年にFields賞を取ったAlain Connesの理論では、Non-standard Analysisのアイデア、テクニックが重要な役割を果たしています。直接その理論をここで講義することはできませんが、そういうことにつながることをやって行きたいと思います。

参考文献は、齋藤正彦「超積と超準解析」(東京図書)ですが、別にこの本を持っている必要はありません。