

2000 年 2 月 18 日

河東泰之 (かわひがしやすゆき)

数理科学研究科棟 323 号室 (電話 5465-7078)

e-mail: yasuyuki@ms.u-tokyo.ac.jp

ホームページ: <http://kyokan.ms.u-tokyo.ac.jp/~yasuyuki/>

裏面にも問題があります

この試験は、「自筆ノート、プリント持ち込み可」で行います。本などは持ち込み不可です。時間は 90 分です。答えだけでなく、計算の経過や理由をきちんと書いてください。

解答用紙の裏面を使用しても結構ですが、その時は表の一番下に「裏面使用」と明記してください。

[1] 次の行列 A に対し、 $X^{-1}AX$ を Jordan 標準形にしたい。 X , X^{-1} , $X^{-1}AX$ を求めよ。

$$A = \begin{pmatrix} -8 & -10 & 31 \\ -2 & 3 & 2 \\ -3 & -2 & 10 \end{pmatrix}$$

(答は、

$$\begin{pmatrix} -5 & 4 & -2 \\ 12 & -9 & 5 \\ -3 & 2 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -4 & 4 & -2 \\ -3 & 4 & -1 \\ 9 & -6 & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & -2 \\ 3 & 1 & -1 \\ 3 & 2 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

のような形で書くこと。)

[2] 次の 2 次曲線を図示せよ。

$$5x^2 + 5y^2 + 6xy - 8\sqrt{2}x - 8\sqrt{2}y + 6 = 0.$$

[3] $f(0) = 1$, $\lim_{t \rightarrow \infty} f(t)e^{-2t} = 0$ という条件のもとで次の微分方程式の解を求めよ。

$$f'''(t) - 5f''(t) + 8f'(t) - 4f(t) = 0.$$

[4] a, b を実数とする . 数列 x_n ($n = 1, 2, 3, \dots$) の漸化式

$$x_{n+3} - 4x_{n+2} + ax_{n+1} + bx_n = 0$$

は , x_n が n の 1 次式で表せるような解を持つとする . このとき a, b の値を求めよ .

またこの a, b に対し , 上の漸化式を $x_1 = 3, x_2 = 6, x_3 = 11$ という条件のもとで解け .

[5] 次の行列の n 乗を求めよ . (ただし , n は自然数である .)

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 3 \\ 0 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} .$$