

この試験は、「自筆のノート持ち込み可」で行います。本，プリント，人のノートのコピーなどは持ち込み不可です。時間は，3 時から 4 時 30 分までの 90 分です。

解答用紙の裏面を使用しても結構ですが，その時は表の一番下に「裏面使用」と明記してください。

[1] 次の 2 次曲線を図示せよ。

$$13x^2 + 7y^2 + 6\sqrt{3}xy + (4 - 16\sqrt{3})x - (16 + 4\sqrt{3})y + 16 = 0.$$

[2] 次の行列の n 乗を求めよ。(ただし， n は自然数である.)

$$A = \begin{pmatrix} -1 & -5 & 3 \\ -1 & 0 & 1 \\ -4 & -7 & 6 \end{pmatrix}.$$

[3] $y(0) = 0, y'(0) = -2, y''(0) = 4$ という条件のもとで次の微分方程式の解を求めよ。

$$y''' - 5y'' + 3y' + 9y = 0.$$

[4] 数列 a_n ($n = 1, 2, 3, \dots$) に対し， $a_1 = 2, a_2 = 4, a_3 = -8$ という条件のもとで，次の漸化式を解け。

$$a_{n+3} - 6a_{n+2} + 12a_{n+1} - 8a_n = 0.$$

[5] 次の行列 A が直交行列になるような実数 a, b, c の値を求めよ。

$$A = \begin{pmatrix} a & 0 & -2c \\ a & b & c \\ a & -b & c \end{pmatrix}.$$

[6] 3 次行列 A が対角化可能であるとは，ある 3 次行列 X をうまく取ると， $X^{-1}AX$ を $\begin{pmatrix} \alpha & 0 & 0 \\ 0 & \beta & 0 \\ 0 & 0 & \gamma \end{pmatrix}$ の形にできることである。次の行列 A が対角化可能でなくなるような数 a をすべて求めよ。

$$A = \begin{pmatrix} -4 & a & 3 \\ -2 & 2 & 1 \\ -10 & 2 & 7 \end{pmatrix}.$$