

答案の一番上に氏名と学生証番号を書いてください。(組は書かなくてもけっこうです.)  
自分のノートを参照して結構です. 実数の割り算, 平方根などはまだ厳密な取扱いをしていないので, これらを使った場合は減点です.

[1] 数列の極限の定義に基づいて  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 + 2}{n^2 - 1} = 1$  を証明せよ. (ただし  $n \geq 2$  で考える.)

[2] 数列  $\{\alpha_n\}_n$  を,  $\alpha_1 = 1, \alpha_{n+1} = \frac{\alpha_n}{2} + \frac{1}{\alpha_n}, (n \geq 1)$ , で定める. これが Cauchy 列であることを示せ.

[3] 次の条件を満たす実数列  $\{\alpha_n\}_n$  で, Cauchy 列ではないものの例を一つあげよ. きちんと説明をつけること.

$$\forall \varepsilon > 0 \exists N \ n > N \Rightarrow |\alpha_n - \alpha_{n+1}| < \varepsilon.$$