

以下のことについて、自分が知っている範囲でもっとも厳密だと思ふ証明を書いてください。紙の裏を使用してもけっこうです。

$$[1] \lim_{\theta \rightarrow 0} \frac{\sin \theta}{\theta} = 1.$$

[2]  $a \leq x \leq b$  の範囲で連続な実数値関数  $f(x)$  が、 $a < x < b$  で、微分可能かつ  $f'(x) > 0$  であるとする。この時、 $a \leq c < d \leq b$  を満たす、任意の実数  $c, d$  について、 $f(c) < f(d)$  が成り立つ。

$$[3] \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n \text{ が存在する。 (ただし } n \text{ は自然数を動く。)}$$