1998 年度理科 II, III 類 1 年生 数学 IA 演習・小テスト解説 (9)

1998 年 6 月 23 日・河東泰之
数理科学研究科棟 310 号室 (電話 5465-7024)
e-mail yasuyuki@ms.u-tokyo.ac.jp
homepage http://kyokan.ms.u-tokyo.ac.jp/~yasuyuki/

配点は [1] から順に 20×2, 30, 30 点です．平均点は 32 点，最高は 95 点 (2 人) でした．

[1] (1) $f_x(0,0) = 0$, $f_y(0,0) = 0$ だから，$f(x,y) = o(\sqrt{x^2+y^2})$ であるかどうかを調べればよい．$(x,y) \to (0,0)$ のとき，$\dfrac{f(x,y)}{\sqrt{x^2+y^2}} \to 0$ だから，全微分可能であることがわかる．

あるいは偏微分を計算して C^1級であることを示してもよい．

(2) $f_x(0,y) = -y$, $f_y(x,0) = x$ だから，$f_{xy}(0,0) = -1$, $f_{yx}(0,0) = 1$ となる．(つまりこの 2 つは異なっている．)

[2] $f(tx,ty) = t^3 f(x,y)$ の両辺を t で 2 回微分して $t = 1$ とおけばよい．答は $6f(x,y)$. ($f(x,y)$ は 3 次多項式とはかぎらない．)

[3] $F(t) = e^{t^2(x^2+y^2)}$として，t について Taylor 展開したあと $t = 1$ とおけばよい．答は $\displaystyle\sum_{k=}^{\infty} \frac{1}{k!}(x^2+y^2)^k$.

いきなりべき級数に展開しても正しい答が出るが，その時はそれが Taylor 展開であることは別に示さないといけない．