

答案の一番上に氏名と学生証番号を書いてください。(組は書かなくてもけっこうです.)  
自分のノートを参照してもけっこうです.

[1] (1)  $e^z = 1$  となる複素数  $z$  をすべて求めよ.

(2)  $\sin x$  のべき級数による定義で, 実数  $x$  のかわりに複素数  $z$  を入れたものを  $\sin z$  と書く. このべき級数の収束半径は無限大なので, これはすべての複素数に対して定義されている.  $\sin z = 0$  となる複素数  $z$  をすべて求めよ.

[2]  $-\pi/2 < x < \pi/2$  の範囲で,  $\tan x = \sin x / \cos x$  を考える. この関数は真に単調増加な連続関数ですべての実数の値を 1 回ずつ取る. (これは授業でやったことからすぐわかるので, 証明を書く必要はありません.) この  $\tan x$  の逆関数を  $\arctan x$  と書く.  $x$  は  $\mathbb{R}$  全体を動く.

(1)  $\arctan x$  の微分を求めよ.

(2)  $-1 < x < 1$  の範囲で

$$\arctan x = x - \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} - \frac{x^7}{7} + \frac{x^9}{9} - \dots$$

であることを示せ.

[3] 授業では,  $\sin x = \frac{1}{\sqrt{2}}$  かつ  $0 < x < 1$  となる  $x$  の 4 倍を  $\pi$  と定義した. これ (と授業でやった三角関数の定義と性質) より,  $3 < \pi < 3.2$  を証明せよ. (計算機は使用しないこと.)