数学ＩＡ中間テスト（5 月 18 日）

河東泰之

[1] 以下の条件を満たす有理数列を（おのおの一つずつ）あげよ．

(1) 0 に収束する部分列を持ち，また収束するようなすべての部分列の極限は 0 であるが，その数列自体は Cauchy 列ではない．

(2) 有界な数列で，その上限に収束する部分列はあるが，下限に収束する部分列はない．

(3) どのような部分列をとっても収束しない．

(4) 上にも下にも有界ではないが，収束する部分列を持つ．

[2]

$$\lim_{n\to\infty}\frac{3n^2-5n+4}{n^2+1}=3$$

であることを，数列の極限の定義にそって，直接証明せよ．

[3] 次の性質を満たす実数列 $\{\alpha_n\}_n$ を一つあげよ．

「$0\le\alpha\le 1$ を満たす任意の実数 α に対して，α に収束するような，$\{\alpha_n\}_n$ の部分列 $\{\alpha_{n_k}\}_k$ が取れる．」

（作った $\{\alpha_n\}_n$ が，本当に上の条件を満たしていることをきちんと説明すること．）