

この試験は自筆ノート持ち込み可で行います。(教科書などは, 不可です。) 時間は 60 分です。

[1] (1) 任意の正の実数 c に対し, c における $\log x$ の Taylor 展開(無限級数) $\sum_{n=0}^{\infty} a_n(x-c)^n$ を求めよ。

(2) 上の (1) の無限級数 $\sum_{n=0}^{\infty} a_n(x-c)^n$ の収束半径はいくつか?

(3) 等式 $\log x = \sum_{n=0}^{\infty} a_n(x-c)^n$ が成り立つような最大の开区間を求めよ(答だけでなく, 根拠をきちんと述べること。)

[2] 次の不定積分を求めよ。

$$\int \frac{1}{(x^2+1)^3} dx.$$

[3] $-1 < x < 1$ の時,

$$\frac{1}{1+x^2} = 1 - x^2 + x^4 - x^6 + x^8 - \dots$$

であることに注意して, $-1 < x < 1$ の時,

$$\arctan x = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{2n+1}}{2n+1}$$

を示せ。