

この試験は自筆ノート持ち込み可で行います。(教科書などは, 不可です。) 時間は 60 分です。

[1] 次の不定積分を求めよ。

$$\int \frac{e^{2x}}{e^x + e^{-x}} dx.$$

[2] 広義積分 $\int_0^1 \frac{1}{\sqrt{x(1-x)}} dx$ を求めよ。

[3] 区間 $[a, b) = \{x \in \mathbf{R} \mid a \leq x < b\}$ 上で連続な実数値関数 $f(x)$ に対し, $\lim_{\varepsilon \downarrow 0} f(b-\varepsilon)$ が存在して β に等しいと仮定する。まず, この関数の広義積分 $\int_a^b f(x) dx$ を考える。次に, $f(b) = \beta$ とおいて, $f(x)$ を閉区間 $[a, b]$ 上の連続関数と思って普通に定積分を行ったもの, $\int_a^b f(x) dx$ を考える。この時, 前者の広義積分は存在して, 後者の定積分に等しいことを証明せよ。