

2008 年度数学 I 演習小テスト (12)

2009 年 1 月 15 日

河東泰之 (かわひがしやすゆき)

数理科学研究科棟 323 号室 (電話 5465-7078)

e-mail yasuyuki@ms.u-tokyo.ac.jp

http://www.ms.u-tokyo.ac.jp/~yasuyuki/

このテストは、ノート、本、コピーなどすべて持ち込み可で行います。途中の計算、説明などをきちんと書いてください。答案用紙は 1 枚両面です。それに収まるように書いてください。

氏名と学生証番号を答案の一番上に書いてください。

試験中に話をしているものは不正行為とみなして答案用紙を取り上げます。

指定された座席についてください。着席してから試験を開始します。

[1] 次のそれぞれの関数について極値をすべて求めよ。

(1) $f(x, y) = 5x^2 + 4xy + 7y^2$.

(2) $f(x, y) = xy - x^2y - xy^2$.

(3) $f(x, y) = xy + \frac{1}{x} + \frac{1}{y}$, ただし $x \neq 0, y \neq 0$.

[2] $x^2 + xy - y^2 = 1$ という条件の下で、 $f(x, y) = x^2 + y^2$ の取りうる値の範囲を決定せよ。

[3] $x^2 + x^4 + y^2 + y^4 = 1$ という条件の下で、 $f(x, y) = xy$ の最大値、最小値を求めよ。

[4] 平面上のすべての点 (x, y) で定義された C^∞ -関数 $f(x, y)$ で次のすべての条件を満たすものの例を一つ挙げよ。条件を満たしていることの根拠をきちんと示すこと。

(1) $(x, y) = (0, 0)$ で $f(x, y)$ は極大値を取る。

(2) $(x, y) = (1, 1)$ で $f(x, y)$ は極小値を取る。

(3) $(x, y) = (0, 0), (1, 1)$ 以外の点では $f(x, y)$ は極値を取らない。