

2008 年度数学 I 演習小テスト (9)

2008 年 11 月 6 日

河東泰之 (かわひがしやすゆき)

数理科学研究科棟 323 号室 (電話 5465-7078)

e-mail yasuyuki@ms.u-tokyo.ac.jp

<http://www.ms.u-tokyo.ac.jp/~yasuyuki/>

このテストは、ノート、本、コピーなどすべて持ち込み可で行います。途中の計算、説明などをきちんと書いてください。答案用紙は 1 枚両面です。それに収まるように書いてください。

氏名と学生証番号を答案の一番上に書いてください。

試験中に話をしているものは不正行為とみなして答案用紙を取り上げます。

[1] 次の広義積分の値を求めよ。

(1)  $\int_0^1 \frac{\sqrt{x+1} - \sqrt{x}}{\sqrt{x^2+x}} dx.$

(2)  $\int_0^\infty e^{-x} x^{5/2} dx.$

(3)  $\int_0^\infty e^{-x} \cos 2x dx.$

[2] 次のそれぞれ広義積分の値が存在するための、実数  $\alpha$  の条件を求めよ。

(1)  $\int_0^\infty e^{\alpha x} dx.$

(2)  $\int_0^\infty \frac{x}{(x^2+1)^\alpha} dx.$

(3)  $\int_2^\infty \frac{dx}{x(\log x)^\alpha}.$

[3]  $0 < x < \infty$  で定義された連続関数  $f(x)$  であって、次のすべての条件を満たすものの例をあげよ。条件を満たしていることをきちんと説明すること。

(1)  $0 < x < \infty$  のとき  $f(x) \geq 0$ .

(2) 広義積分  $\int_0^\infty f(x) dx$  の値は存在する。

(3) 広義積分  $\int_0^\infty f(x)^2 dx$  の値は存在しない。