2008 年度数学 I

2008 年 4 月 14 日
河東泰之 (かわひがしやすゆき)
数理科学研究科棟 323 号室 (電話 5465-7078)
e-mail yasuyuki@ms.u-tokyo.ac.jp
http://www.ms.u-tokyo.ac.jp/~yasuyuki/

集合の記号について

$A = \{x \mid x$ は実数$\}$ などと書く．$A = \{x : x$ は実数$\}$ とも書く．集合 A が集合 B の部分集合であることを $A \subset B$ と書く．$A = B$ である場合も排除されていない．また空集合は $\varnothing$ と書く．$x \in A$ となる x を集合 A の元，または要素と言う．

数の集合について

$\mathbb{N}$ は自然数全体の集合を表す．0 から始めることも 1 から始めることもある．さらに，$\mathbb{Z}, \mathbb{Q}, \mathbb{R}$, $\mathbb{C}$ はそれぞれ整数全体の集合，有理数全体の集合，実数全体の集合，複素数全体の集合を表す．

論理記号について

$\forall x \cdots, \exists x \cdots$ はそれぞれ,「すべての x について … がなりたつ」,「 … であるような x が存在する」という意味である．後者は (日本語としては不自然だが)「x が存在して … を満たす」とも読む．$\forall x > 0 \cdots$ や，$\forall x \in A \cdots$ はそれぞれ,「正であるようなすべての x について … が成り立つ」,「A の元であるようなすべての x について … が成り立つ」という意味である．同様に，$\exists x > 0 \cdots$ や，$\exists x \in A \cdots$ とも書く．

たとえば $\forall x \in \mathbb{R}\ \exists y \in \mathbb{R}\ x + y = 0$ は，任意の実数 x に対し,「$x + y = 0$ となるような実数 y が存在する」という真の命題を表し，$\exists y \in \mathbb{R}\ \forall x \in \mathbb{R}\ x + y = 0$ は,「任意の実数 x に対し $x + y = 0$ となる」ような実数 y が存在する，という偽の命題を表す．

命題と否定について

$\forall x \in \mathbb{R}\ \exists y \in \mathbb{R}\ x + y = 0$ の否定命題は $\exists x \in \mathbb{R}\ \forall y \in \mathbb{R}\ x + y \neq 0$ であり，$\exists y \in \mathbb{R}\ \forall x \in \mathbb{R}\ x + y = 0$ の否定命題は $\forall y \in \mathbb{R}\ \exists x \in \mathbb{R}\ x + y \neq 0$ である．

「ならば」について

命題 P, Q に対し，$P \wedge Q$ と $P \vee Q$ は，それぞれ「P かつ Q」,「P または Q」を表す．$P \Rightarrow Q$ は,「P ならば Q」を表すが，これは「P でないか，または Q である」と同じことである．

その他

$x \leq y$ は，x が y 以下であることを表す．下の横線を斜めに書いても，$x \leqq y$ と書いても同じことである．