

2008 年度数学 I 演習小テスト (7)

2008 年 10 月 9 日

河東泰之 (かわひがしやすゆき)

数理科学研究科棟 323 号室 (電話 5465-7078)

e-mail yasuyuki@ms.u-tokyo.ac.jp

http://www.ms.u-tokyo.ac.jp/~yasuyuki/

このテストは、ノート、本、コピーなどすべて持ち込み可で行います。途中の計算、説明などをきちんと書いてください。答案用紙は 1 枚両面です。それに収まるように書いてください。

氏名と学生証番号を答案の一番上に書いてください。

試験中に話をしているものは不正行為とみなして答案用紙を取り上げます。

[1] (1) 次の不等式を示せ。ただし n は自然数である。

$$\sum_{k=1}^n \frac{1}{k^2} \leq 1 + \int_1^n \frac{dx}{x^2}.$$

(2) $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k^2}$ は収束することを示せ。

(3) $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^k}{k^2}$ は収束することを示せ。

[2] 次のそれぞれの整級数の収束半径を求めよ。

(1) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{2^n}$.

(2) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{2n+1}}{(2n+1)!}$.

(3) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^{2n+1}}{(2n+1)!}$.

[3] 収束半径が 0 の整級数の例を、 $\sum_{n=0}^{\infty} n! x^n$ 以外にあげよ。