

2013年数学I期末テスト(9月2日)

河東泰之(かわひがしやすゆき)

数理科学研究科棟323号室(電話 5465-7078)

e-mail yasuyuki@ms.u-tokyo.ac.jp

<http://www.ms.u-tokyo.ac.jp/~yasuyuki/>

時間は90分です。このテストは、ノート、本、コピーなど紙に書かれたものすべての持ち込み可で行います。電子機器の使用は不可です。途中の計算、説明などをきちんと書いてください。答案用紙は1枚両面です。それに収まるように書いてください。

[1] 次の極限值を求めよ。計算の根拠をきちんと示すこと。

$$(1) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \log(1+x) - 2x + x^2}{\sin^3 x}.$$

$$(2) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1 - \cos x)^2}{((1+x)^{1/3} - 1)^4}.$$

[2] $\tan 0.05$ を小数点以下6桁まで求めよ。(小数点以下7桁目以降を切り捨てて6桁までにすると言う意味である。答えの数値が正しいことの根拠をきちんと示すこと。)

[3] $x > 0, y > 0$ とし, $r = \sqrt{x^2 + y^2}$, $\theta = \arctan(y/x)$ とおく。 r, θ の C^∞ 級関数 $f(r, \theta)$ について, $\frac{\partial f}{\partial x}, \frac{\partial f}{\partial y}$ を求めよ。

[4] 次の関数の極値を求めよ。ただし, (x, y) は平面全体を動く。

$$f(x, y) = 5x^4 - 8x^2 + 2y^2 - 2x^2y - 2y + 1.$$

[5] 次の関数が極値を持たないための、実数の定数 a についての必要十分条件を求めよ。ただし, (x, y) は平面全体を動く。

$$f(x, y) = (a+1)x^2 - 4(a-1)xy + 4(a+1)y^2 - 2x - 4y + 3.$$