数理科学 II 演習問題

2002 年 6 月 6 日
河東泰之 (かわひがしやすゆき)
数理科学研究科棟 323 号室 (電話 5465-7078)
e-mail yasuyuki@ms.u-tokyo.ac.jp
http://www.ms.u-tokyo.ac.jp/~yasuyuki/

これらは自分で理解を深めるための練習問題です．別にレポートにするとか，前で解くとかいったものではありません．

[1] 次の微分方程式の一般解を求めよ．
(1) $y'' + 4y' + 5y = 0$.
(2) $y''' + y'' + y' - y = 0$.
(3) $y''' - 3y'' - y' + 3y = x$.
(4) $y'' + 3y' + 2y = \cos x$.
(5) $y'' - 2y' - 3y = x^2$.
(6) $y'' + y' + y = x + e^x$.
(7) $y'' - 2y' + y = e^x \cos x$.

[2] $y(0) = 1, y'(0) = 2, y''(0) = 7$ という条件のもとで次の微分方程式の解を求めよ．

$$y''' - 9y'' + 27y' - 27y = 0.$$

[3] $y(0) = 1$, $\lim_{x\to\infty} y(x)e^{-2x} = 0$ という条件のもとで次の微分方程式の解を求めよ．

$$y''' - 5y'' + 8y' - 4y = 0.$$

[4] ある，非斉次 2 階定数係数線形常微分方程式の解が 3 個，次のように与えられているとする．このとき，この微分方程式を求め，その一般解を求めよ．

$$y_1 = x^2, y_2 = x^2 + e^{2x}, y_3 = 1 + x^2 + 2e^{2x}.$$

[5] a, b, c を正の定数とする．$g(x)$ を実数全体で定義された連続関数とするとき，微分方程式

$$ay'' + by' + cy = g(x)$$

の任意の二つの解の差は，$x \to \infty$ のとき 0 に近づくことを示せ．

Typeset by $\mathcal{AMS}$-TeX