

数理科学 II 中間テスト (2)

2005 年 6 月 20 日

河東泰之 (かわひがしやすゆき)

数理科学研究科棟 323 号室 (電話 5465-7078)

e-mail yasuyuki@ms.u-tokyo.ac.jp

<http://www.ms.u-tokyo.ac.jp/~yasuyuki/>

このテストは、ノート、本、コピーなどすべて持ち込み可で行います。途中の計算、説明などをきちんと書いてください。答案用紙は 1 枚両面です。それに収まるように書いてください。

[1] 次のそれぞれの微分方程式を解け。解が本当にそれだけである理由をきちんと説明すること。(解の一意性に関する一般論を適用する場合は、何をどのように適用したかを述べること。)

(1)  $y'' = -y, y(0) = 1, y'(0) = 1.$

(2)  $y'' - 6y' + 9y = 2e^{3x}.$

(3)  $y' - 2xy - 1 + 2x^2 = 0.$

[2] 微分方程式  $xy' - y - x^2 = 0$  を解け。また、初期値  $(x_0, y_0)$  でその点を通るような解が一つもないもの、および、その点を通るような解が複数あるものを決定せよ。

[3]  $y_1(x) = e^{-2x}, y_2(x) = e^{2x} \sin 3x, y_3(x) = e^{2x} \cos 3x$  とおく。

$$\det \begin{pmatrix} y_1(x) & y_2(x) & y_3(x) \\ y_1'(x) & y_2'(x) & y_3'(x) \\ y_1''(x) & y_2''(x) & y_3''(x) \end{pmatrix}$$

を求めよ。

[4]  $a, b$  を実数とし、微分方程式  $y'' + ay' + by = 0$  を考える。この微分方程式が、定数関数 0 以外に、無限回値 0 を取るような解を持つための必要十分条件を、 $a, b$  で表せ。