

毎週木曜 10:00 から 12:00 , 129 号室 (理学部 5 号館) , 4 月 14 日開講

作用素環論のうち, V. F. R. Jones によって創始された subfactor の理論の解析的側面を扱う. 去年は, subfactor 理論の代数的・組合せ論的側面に重点をおき, 数理物理学や 3 次元トポロジーとの関連も説明したが, 今年は, 関数解析的な分類理論について講義する (今年の講義は, 去年の「関数解析学」とは独立であるが, 去年の「関数解析学」の単位を取った人は, 今年の単位を取ることはできない.)

作用素環論においては, “amenability” と総称される一連の条件が多く異なる場面で現れ, 様々な解析的分類定理を導いて来た. すなわち, 作用素環, その自己同型, その上の群作用, その部分環などが amenability の条件下で, 代数的な不変量によって完全に分類される, というタイプの定理である. この種の定理は, 70 年代半ばの A. Connes のはなばなしに成功に始まり, Jones, A. Ocneanu らの拡張によって, 作用素環論の中心テーマの一つになった. 一方 80 年代前半, Jones によって始められた subfactor 理論は, 3 次元トポロジー, 数理物理学, 量子群などとの予想外の深い関係によって, 多くの注目を集めた. S. Popa は, 80 年代後半から, Connes の流れをくむ amenability に基づく分類定理を Jones の理論の枠組みで統一的に扱う研究を始め, 近年きわめて一般的な統一的分類定理に到達した. 彼の定理は, 今までに知られていた Connes の流れによる多くの分類定理をすべて系として含むものであり, 現時点での最強の分類定理といえる. これは, 群作用の分類その他の古典的な問題にも多くの応用を持ち, また 3 次元トポロジーや, 共形場理論へも潜在的応用も期待されるものである. この Popa の結果を基礎から紹介することがこの講義の目的であり, 基本的な文献は次の二つである.

S. Popa, *Classification of amenable subfactors of type II*, to appear in Acta Math.

S. Popa, *Approximate innerness and central freeness for subfactors : A classification result*, preprint (1993).

講義の内容は以下のように予定している.

講義計画:

- (1) 作用素の強収束, 弱収束と, von Neumann の double commutant theorem
- (2) II_1 factor の定義と例
- (3) trace と conditional expectation
- (4) Jones index と Pimsner-Popa basis
- (5) basic construction, Jones tower と tunnel
- (6) higher relative commutants, principal graph と canonical commuting square
- (7) Følner 条件と amenability
- (8) subfactor の approximate innerness
- (9) subfactor の central freeness
- (10) Popa の local Rohlin technique
- (11) 分類定理の証明
- (12) 群作用との関連

このうち, (1)~(3) は, 準備なのでほぼ去年と同じ内容である. その後, Jones index と subfactor 理論の基礎を (去年より解析的な方法で) 展開し, さらに Popa の方法に入る.

作用素環論の予備知識はまったく仮定しないが, 関数解析学の基礎知識 (Hahn-Banach の定理など) は仮定する. 成績は講義中に出す問題に対するレポートでつける.