解析学 IV 小テスト No. 11

6/25/1996
河東泰之

自分のノートを参照してよい.（本などは見ないこと.）

[1] $f(x)$ が $\mathbf{R}$ 上 Lebesgue 可積分であるとする．この時，$\hat{f}(\xi) = \displaystyle\int_{\mathbf{R}} e^{-ix\xi} f(x)\ d\mu$は$\xi$の連続関数であることを示せ.

[2] $(X, \mathcal{B}, \mu)$ を測度空間とし，$\mu(X) = 1$ と仮定し，$f(x)$ をその上の可測関数とする．$\displaystyle\sup_{p>0} \int_X |f(x)|^p\ d\mu < \infty$ としたとき，$\displaystyle\lim_{p\to\infty} \int_X |f(x)|^p\ d\mu = \mu(E(|f| = 1))$ であることを示せ.

[3] $f(x)$ が $\mathbf{R}$ 上 Lebesgue 可積分であるとする．$g(x) = \displaystyle\int_{x-1}^{x+1} f(t)\ dt$ としたとき，$g(x)$ は連続関数であることを示せ.

解答は別紙に書いて下さい．解答用紙の裏面を使用してもけっこうです.