2015 年解析学特別演習 I テスト (11) 解答解説

河東泰之 (かわひがしやすゆき)
数理科学研究科棟 323 号室 (電話 5465-7078)
e-mail yasuyuki@ms.u-tokyo.ac.jp
http://www.ms.u-tokyo.ac.jp/~yasuyuki/

配点は 1 問 25 点です．平均点は 49 点，最高点は 100 点 (1 人) でした．解答は略解です．実際の答案ではもっと詳しく書く必要があります．

[1] f が有界なので，連続性は授業でやったのと同じようにできます．残りは $f, g \in C_0(\mathbb{R})$ の時は明らかです．$C_0(\mathbb{R})$ は，$\| \ \|_\infty$ について $C_\infty(\mathbb{R})$ で稠密なことがわかり，$\| \ \|_1$ について $L^1(\mathbb{R})$ で稠密なので結論が出ます．

[2] 授業でやった，f が可積分な場合の証明と同様にできます．

[3] (1) $A = \{x \mid f(x) \geq 0\}$ とおいて，$E \mapsto \displaystyle\int_{A \cap E} f \, d\mu$ と $E \mapsto \displaystyle\int_{A^c \cap E} f \, d\mu$ に分かれます．

(2) $A = \{x \mid f(x) \geq 0\}$ と A^c に分かれます．

[4] 上限が $\displaystyle\int_X |f(x)| \, d\mu$ で上から抑えられることは明らかです．f を実部と虚部に分け，それぞれを正負に分け，さらにそれぞれを単関数で近似することにより，$\displaystyle\int_X |f(x)| \, d\mu$ にいくらでも近づけることができます．