

2000 年 7 月 11 日

河東泰之 (かわひがしやすゆき)

e-mail: yasuyuki@ms.u-tokyo.ac.jp

<http://www.ms.u-tokyo.ac.jp/~yasuyuki/>

解答は別紙に書いてください。学生証番号、氏名を一番上に書いてください。解答用紙の裏面を使用してもけっこうです。自分のノートを参照してかまいませんが、本は見ないでください。

[1] (X, \mathcal{B}, μ) を測度空間とし, $1 < p < \infty$, $\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = 1$ とする. $f(x) \in L^p(X)$ に対し,

$$\sup_{g(x) \in L^q(X), \|g\|_q=1} \left| \int_X f(x)g(x) d\mu \right|$$

を求めよ.

[2] $f(x), g(x) \in L^2(\mathbf{R})$ とするとき,

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \int_{\mathbf{R}} f(x)g(x+t) dx$$

を求めよ.

[3] (X, \mathcal{B}, μ) を σ -finite な測度空間とする. この時次の問いに答えよ.

(1) $L^1(X) \subset L^2(X)$ となるための必要十分条件を求めよ.

(2) $L^2(X) \subset L^1(X)$ となるための必要十分条件を求めよ.