

自分でやってみるための演習問題です．試験には類似の問題が出ます．解答はついていません．

[1] 次の 3 本のベクトルが 1 次独立になるための a の条件を求めよ．

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ a \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ a \end{pmatrix}.$$

[2] 次の各行列のうち，正則であるものはどれか．

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 0 & 3 & 5 \\ 0 & 0 & 6 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 4 & 7 \\ 2 & 5 & 8 \\ 3 & 6 & 9 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 2 & 1 & 4 \\ -1 & 0 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 4 & 0 \\ 2 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

[3] 次の各行列を基本変形の繰り返して，単位行列に移せ．

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 \\ -2 & -2 & 1 \\ 3 & 2 & -2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -2 & -3 & 2 \\ -4 & -5 & 3 \\ -1 & -2 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -5 & 4 & -2 \\ 12 & -9 & 5 \\ -3 & 2 & -1 \end{pmatrix}.$$

[4] 次の各行列の Ker を求めよ．

$$\begin{pmatrix} -1 & 1 & 3 \\ 2 & -2 & -6 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 1 & -1 & -2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 2 & -1 & -3 \end{pmatrix}.$$

[5] \mathbf{R}^n でベクトル x_1, x_2, \dots, x_n を次のように定める． $x_j = \begin{pmatrix} x_{1j} \\ x_{2j} \\ \vdots \\ x_{nj} \end{pmatrix}$ として，

$$x_{kj} = \begin{cases} 0, & |j - k| \neq 1 \text{ の時,} \\ 1, & |j - k| = 1 \text{ の時,} \end{cases}$$

とする．この時，ベクトル x_1, x_2, \dots, x_n は 1 次独立か．理由をつけて答えよ．