1996 年度数理科学 II（文系）・演習問題 (2)

6/6/1996

河東泰之

自分でやってみるための演習問題です．試験には類似の問題が出ます．解答はついていません．

[1] $V=\mathbf{R}^2$から$W=\mathbf{R}^2$への 1 次変換Tが，自然な基底について，$\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 5 \end{pmatrix}$ と表されているとする．この時，Vの基底，$x'_1=\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}, x'_2=\begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}$と$W$の基底，$y'_1=\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}, y'_2=\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}$に関する$T$の表示を求めよ．

[2] $V=\mathbf{R}^2$から$W=\mathbf{R}^2$への 1 次変換Tが，Vの基底，$x_1=\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$, $x_2=\begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}$と$W$の基底，$y_1=\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $y_2=\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}$について，$\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 5 \end{pmatrix}$ と表されているとする．この時，$V=W=\mathbf{R}^2$の自然な基底に関するTの表示を求めよ．

[3] $V=\mathbf{R}^3$から$W=\mathbf{R}^2$への 1 次変換Tが，自然な基底について，$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$ と表されているとする．この時，Vの基底，$x'_1=\begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix}, x'_2=\begin{pmatrix} -2 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}, x'_3=\begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix}$と$W$の基底，$y'_1=\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}, y'_2=\begin{pmatrix} -1 \\ 0 \end{pmatrix}$に関する$T$の表示を求めよ．

[4] $n\times n$ の行列 $A=(a_{jk})$ を次のように定める．

$$a_{jk}=\begin{cases} k^2, & k=j+1 \text{ の時}, \\ 0, & \text{その他の時}. \end{cases}$$

この時，A^nを求めよ．

[5] 次の行列のうち，適当な基底についての表示が$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$になるものはどれか．

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}.$$

前回の問題については，私のホームページ http://www.ecc.u-tokyo.ac.jp/~nyasu/ で TEX のファイルが取れます．