

解答は別紙に書いてください。学生証番号，氏名を一番上に書いてください。自分のノートを参照して結構です。

[1]

$$f(x) = \frac{1}{1+x^2}, \quad x \in \mathbf{R}$$

としたとき， $(f * f)(x)$ を求めよ。

[2] $[-\pi, \pi]$ 上の関数 $f(x)$ を次のように定める。この時次の問いに答えよ。

$$f(x) = \begin{cases} 1, & 0 < x < \pi \text{ の時,} \\ -1, & -\pi < x < 0 \text{ の時,} \\ 0, & x = 0, \pm\pi \text{ の時.} \end{cases}$$

(1) $f(x)$ を Fourier 級数に展開せよ。

(2) (1) の級数は， $f(x)$ に各点収束しているか。簡単な理由をつけて答えよ。

(3) (1) の級数は， $f(x)$ に L^2 -収束しているか。簡単な理由をつけて答えよ。

(4) (1) の級数は， $f(x)$ に一様絶対収束しているか。簡単な理由をつけて答えよ。

[3] $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^4}$ を求めよ。(授業でやったのとは異なる方法でもかまわないが，きちんと根拠を示すこと。)