

2019 年解析学特別演習 III テスト (5)

2019 年 11 月 14 日

河東泰之 (かわひがしやすゆき)

数理科学研究科棟 323 号室 (電話 5465-7078)

e-mail yasuyuki@ms.u-tokyo.ac.jp

<https://www.ms.u-tokyo.ac.jp/~yasuyuki/>

解答用紙の一番上に学生証番号と氏名を書いてください。

自筆ノート持ち込み可で行います。本、コピー等は不可です。(ノートをデジタル的
にとっている人については、プリントアウトの持ち込みを認めます。) 計算用紙はあ
りません。自分のノート等を使ってください。電子機器の使用は不可です。

途中の計算, 説明などをきちんと書いてください。答案用紙は 1 枚両面です。それ
に収まるように書いてください。

[1] $[0, 2\pi]$ 上で定義された次の関数 $f(x)$ の Fourier 係数を求めよ。

$$f(x) = \begin{cases} -1, & 0 \leq x \leq \pi, \\ 1, & \pi < x \leq 2\pi. \end{cases}$$

[2] $[0, 2\pi]$ 上の L^2 関数で, その Fourier 級数展開が $\sum_{n \neq 0} \frac{e^{inx}}{n}$ (L^2 収束) となるものを
求めよ。

[3]

$$\pi = \sum_{n \in \mathbb{Z}} \frac{\sin^2 n}{n^2}$$

を示せ。ただし右辺で $n = 0$ の時の項は 1 とみなす。

[4]

$$\frac{2\pi}{e^\pi - e^{-\pi}} = \sum_{n \in \mathbb{Z}} \frac{(-1)^n}{1 + n^2}$$

を示せ。