

2018 年解析学特別演習 III テスト (6)

河東泰之 (かわひがしやすゆき)

数理科学研究科棟 323 号室 (電話 5465-7078)

e-mail yasuyuki@ms.u-tokyo.ac.jp

<http://www.ms.u-tokyo.ac.jp/~yasuyuki/>

解答用紙の一番上に学生証番号と氏名を書いてください。

自筆ノート持ち込み可で行います。本、コピー等は不可です。計算用紙はありません。自分のノート等を使ってください。電子機器の使用は不可です。

途中の計算、説明などをきちんと書いてください。答案用紙は 1 枚両面です。それに収まるように書いてください。

[1] 次の関数の Fourier 係数を求めよ。

$$f(x) = \begin{cases} x, & 0 \leq x < \pi \text{ の時,} \\ 0, & \pi \leq x \leq 2\pi \text{ の時.} \end{cases}$$

[2] $[0, 2\pi]$ 上の関数 $f(x) = (x - \pi)^3$ の Fourier 係数を求めよ。

[3] $f, g \in L^2([0, 2\pi])$ とし, f, g の Fourier 係数をそれぞれ $\{a_n\}_{n \in \mathbf{Z}}, \{b_n\}_{n \in \mathbf{Z}}$ とおく。 $f(x)g(x)$ の Fourier 係数を a_n, b_n を使って表せ。

[4] $f \in L^1([0, 2\pi])$ とし, $n \in \mathbf{Z}$ に対し $a_n = \int_0^{2\pi} f(x)e^{-inx} dx$ とおく。 $\sum_{n \in \mathbf{Z}} |a_n|^2 < \infty$ であるならば $f \in L^2([0, 2\pi])$ であることを示せ。