解析学特別演習 II・小テスト (9)

2012 年 1 月 30 日 13:00–14:30

河東泰之 (かわひがしやすゆき)
数理科学研究科棟 323 号室 (電話 5465-7078)
e-mail yasuyuki@ms.u-tokyo.ac.jp
`http://www.ms.u-tokyo.ac.jp/~yasuyuki/`

解答用紙の一番上に学生証番号と氏名を書いてください．裏面を使用してもかまいませんが，その場合は表面の最後に「裏面使用」と書いてください．

自分のノートの持ち込み可です．

以下，$\mathbf{R}$ 上で考えている測度はすべて Lebesgue 測度である．

[1] $\mathbf{R}$ 上の超関数 $\mathrm{p.v.}\dfrac{1}{x}$ が緩増加であることを直接定義より示せ．(これは 1/23 の講義で簡単にできると言って証明を省略したものである．同日の Fourier 変換の計算結果を使えばすぐにわかるが，直接定義より示せ，という問題である．)

[2] T を $\mathbf{R}$ 上の緩増加超関数，f を $\mathbf{R}$ 上の急減少関数としたとき，fT も緩増加超関数であることを示せ．

[3] (1) $\displaystyle\sum_{n\in\mathbf{Z}} n\delta_n$ は $\mathbf{R}$ 上の緩増加超関数であることを示せ．ただし δ_n は，$\mathbf{R}$ 上の Dirac の δ 関数であり，$\langle \delta_n, \varphi\rangle = \varphi(n)$ となるものである．

(2) $\displaystyle\sum_{n\in\mathbf{Z}} n\delta_n$ の Fourier 変換を求めよ．