解析学特別演習 II・小テスト (8)

2012 年 1 月 10 日 10:00–12:15
河東泰之 (かわひがしやすゆき)
数理科学研究科棟 323 号室 (電話 5465-7078)
e-mail yasuyuki@ms.u-tokyo.ac.jp
`http://www.ms.u-tokyo.ac.jp/~yasuyuki/`

解答用紙の一番上に学生証番号と氏名を書いてください．裏面を使用してもかまいませんが，その場合は表面の最後に「裏面使用」と書いてください．

自分のノートの持ち込み可です．

以下，$\mathbf{R}$ 上で考えている測度はすべて Lebesgue 測度である．δ は，$\mathbf{R}$ 上の，Dirac の δ 関数であり，$\delta^{(n)}$ はその n 階微分である．

[1] $\mathbf{R}$ 上の超関数 T で，$T'' = \delta$ を満たすものをすべて求めよ．

[2] $\mathbf{R}$ 上の C_0^∞ 関数 ϕ を取る．自然数 n について，$\phi_n(x) = e^{-n}\phi(nx)$ とおいたとき，列 $\{\phi_n\}_n$ は試験関数として 0 に収束していることを示せ．

[3]

$$\sum_{n=0}^{N} a_n x^n \delta^{(n)}$$

を求めよ．ただし，a_n は複素数である．

[4] f を $\mathbf{R}$ 上の C^∞ 級関数，T を $\mathbf{R}$ 上の超関数とする．$(fT)' = f'T + fT'$ を示せ．ただし $'$ は超関数としての微分を表す．

[5] $\mathbf{R}$ 上

$$\sum_{n=0}^{N} a_n \delta^{(n)} = 0$$

であれば，すべての a_n が 0 であることを示せ．