

解析学特別演習 II・小テスト解答解説 (6)

2012 年 1 月 23 日

河東泰之 (かわひがしやすゆき)

数理科学研究科棟 323 号室 (電話 5465-7078)

e-mail yasuyuki@ms.u-tokyo.ac.jp

<http://www.ms.u-tokyo.ac.jp/~yasuyuki/>

配点は 30, 30, 40 点です。最高点は 65 点 (2 人), 平均点は 43.3 点でした。

略解をつけます, これはかなり省略してあるので, できなかった人はよく考えて復習してください。

[1] 真面目に計算するだけです。

$$\sum_{n \in \mathbf{Z}} \frac{-2}{\pi(4n^2 - 1)} e^{inx}$$

です。

[2] これも真面目に計算すればできます。  $i(\pi - x)$  です。(問題の「Fourier 級数展開」は  $L^2$  展開のことです。もっとはっきり書くべきでした。)

[3] まず Fourier 係数が  $c_n$  となるような  $L^2$  関数  $g(x)$  が存在します。Cauchy-Schwarz 不等式より  $g$  は  $L^1$  でもあります。 $L^1$  関数  $f$  と  $g$  は同じ Fourier 係数を持つので, ほとんどいたるところ一致し,  $f$  は  $L^2$  となります。