

解析学特別演習 II・小テスト (4)

2011 年 11 月 7 日 13:00–14:30

河東泰之 (かわひがしやすゆき)

数理科学研究科棟 323 号室 (電話 5465-7078)

e-mail yasuyuki@ms.u-tokyo.ac.jp

<http://www.ms.u-tokyo.ac.jp/~yasuyuki/>

解答用紙の一番上に学生証番号と氏名を書いてください。裏面を使用してもかまいませんが、その場合は表面の最後に「裏面使用」と書いてください。

自分のノートの持ち込み可です。

以下、 \mathbf{R} 上で考えている測度はすべて Lebesgue 測度である。

[1] (1) $f \in L^1(\mathbf{R})$, $f * f = 0$ であるとき, $f = 0$ であることを示せ。

(2) $f \in L^1(\mathbf{R})$ で, すべての $g \in L^1(\mathbf{R})$ に対して $f * g = g$ となるものは存在しないことを示せ。

[2] f, g を \mathbf{R} 上の急減少関数であるとしたとき, $f * g$ も急減少関数であることを示せ。

[3] f は \mathbf{R} 上の実数値関数で, $f(x) = f(-x)$ を満たすとする。さらに, 任意の正の整数 n について,

$$(f * f * \cdots * f)(x) = \frac{1}{n} f\left(\frac{x}{n}\right)$$

を満たすとする。ただしここで, 左辺は n 個の f の合成積である。このような f をすべて求めよ。