

解析学特別演習 II・小テスト (3)

2011 年 11 月 7 日 10:00–12:15

河東泰之 (かわひがしやすゆき)

数理科学研究科棟 323 号室 (電話 5465-7078)

e-mail yasuyuki@ms.u-tokyo.ac.jp

<http://www.ms.u-tokyo.ac.jp/~yasuyuki/>

解答用紙の一番上に学生証番号と氏名を書いてください。裏面を使用してもかまいませんが、その場合は表面の最後に「裏面使用」と書いてください。

自分のノートの持ち込み可です。

以下、 \mathbf{R} 上で考えている測度はすべて Lebesgue 測度である。

[1] $f, g, h \in L^1(\mathbf{R})$ とするとき、 $(f * g) * h = f * (g * h)$ であることを示せ。

[2] a_0, a_1, \dots, a_N は複素数であり、すべての実数 ξ について、 $\sum_{n=0}^N a_n (i\xi)^n$ は正の実数になるとする。このとき、 \mathbf{R} 上の任意の急減少関数 g に対し、 $\sum_{n=0}^N a_n \left(\frac{d}{dx}\right)^n f = g$ を満たす急減少関数 f がただ一つ存在することを示せ。

[3] 次の条件をすべて満たす f, g の例を挙げよ。条件を満たしていることをきちんと説明すること。

(1) $f, g \in L^1(\mathbf{R})$.

(2) すべての $x \in \mathbf{R}$ について、 $f(x-y)g(y)$ は \mathbf{R} 上の y の可積分関数である。

(3) $f * g$ は連続関数ではない。