

解析学特別演習 II・小テスト (3)

2010 年 11 月 1 日

河東泰之 (かわひがしやすゆき)

数理科学研究科棟 323 号室 (電話 5465-7078)

e-mail yasuyuki@ms.u-tokyo.ac.jp

<http://www.ms.u-tokyo.ac.jp/~yasuyuki/>

時間は 13:00 ~ 14:30 です .

解答用紙の一番上に学生証番号と氏名を書いてください . 裏面を使用してもかまいませんが , その場合は表面の最後に「裏面使用」と書いてください .

自筆ノート持ち込み可で行います . 本 , コピー等は不可です . 計算用紙はありません . 自分のノート等を使ってください .

[1] $[-\pi, \pi]$ 上の関数 $f(x) = x^3$ を Fourier 級数に展開せよ .

[2] (1) $[-\pi, \pi]$ 上の関数 $f(x) = \left| |x| - \frac{\pi}{2} \right|$ を Fourier 級数に展開せよ .

(2) 上の (1) の Fourier 級数は一様収束しているか , 各点収束しているか , L^2 -収束しているか , 理由をつけて答えよ .

[3] 次の関数の値を求めよ . ただし x は実数である .

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n+1)^3} (e^{i(2n+1)x} + e^{-i(2n+1)x}).$$

[4] $(-\pi, \pi]$ 上の関数 $f(x) = \frac{x}{2\pi}$ を周期 2π の関数と思う . $(-\pi, \pi]$ 上で f を $4k$ 個 convolution した , $f * f * \dots * f$ を f_k とする . この関数の極限 $\lim_{k \rightarrow \infty} f_k(x)$ を求めよ .