

解析学特別演習 II・小テスト (2)

2007 年 10 月 29 日 10:00 ~ 12:15

河東泰之 (かわひがしやすゆき)

数理科学研究科棟 323 号室 (電話 5465-7078)

e-mail yasuyuki@ms.u-tokyo.ac.jp

<http://www.ms.u-tokyo.ac.jp/~yasuyuki/>

解答は別紙に書いてください。学生証番号，氏名を一番上に書いてください。自筆ノートのみ持込可で行います。

[1] Plancherel の定理を用いて次の積分の値を求めよ。

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{(1+x^2)^2} dx.$$

[2] \mathbf{R} 上の関数 $\frac{x}{1+x^2}$ の L^2 -関数としての Fourier 変換を求めよ。

[3] \mathbf{R} 上の関数 $\frac{1}{(1+x^2)^2}$ の Fourier 変換を求めよ。

[4] 次のすべての条件を満たす \mathbf{R} 上の関数 $f(x)$ の例を一つあげよ。考えている測度は Lebesgue 測度である。条件を満たしていることをきちんと示すこと。

- (1) $f(x)$ は連続である。
- (2) $f(x)$ は可積分である。
- (3) $f(x)$ の Fourier 変換は可積分ではない。

[5] $f \in L^2(\mathbf{R})$ と $t \in \mathbf{R}$ に対し, $f_t(x) = f(x-t)$ とおく。 $\hat{f}_t(\xi) = e^{-it\xi} \hat{f}(\xi)$ であることを示せ。ここで考えているのは L^2 -関数としての Fourier 変換である。