

解析学特別演習 II・小テスト (1)

2006 年 10 月 9 日

河東泰之 (かわひがしやすゆき)

数理科学研究科棟 323 号室 (電話 5465-7078)

e-mail yasuyuki@ms.u-tokyo.ac.jp

<http://www.ms.u-tokyo.ac.jp/~yasuyuki/>

解答は別紙に書いてください。学生証番号、氏名を一番上に書いてください。この試験はノート持ち込み可です。

[1] 次の各命題のステートメントを書け。

- (1) Lebesgue の収束定理
- (2) Fatou の補題
- (3) 単調収束定理

[2] \mathbf{R} の可測集合 A について次の性質が成り立つための必要十分条件を求めよ。ただし考えている測度は Lebesgue 測度である。

A 上の任意の複素数値可測関数 $f(x)$ について、 $\int_A |f(x)|^2 dx < \infty$ ならば $\int_A |f(x)| dx < \infty$ である。

[3] 次のそれぞれの値を求めよ。

- (1) $\int_{-\infty}^{\infty} e^{-x^2} dx$
- (2) $\lim_{N \rightarrow \infty} \int_{-N}^N \frac{\sin x}{x} dx$
- (3) $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{(1+x^2)^2} dx$