

解析学特別演習 II・小テスト (5)

2007 年 12 月 4 日 13:00–14:30

河東泰之 (かわひがしやすゆき)

数理科学研究科棟 323 号室 (電話 5465-7078)

e-mail yasuyuki@ms.u-tokyo.ac.jp

<http://www.ms.u-tokyo.ac.jp/~yasuyuki/>

解答は別紙に書いてください。学生証番号、氏名を一番上に書いてください。自筆ノートのみ持込可で行います。

以下のすべての問題で、考えている測度は Lebesgue 測度である。

[1]  $\delta$ -関数は、 $L^1_{\text{loc}}$  の元としては表せないことを示せ。すなわち、 $L^1_{\text{loc}}(\mathbf{R})$  の元  $f$  で、すべての試験関数  $\varphi \in \mathcal{D}(\mathbf{R})$  に対して  $\int_{\mathbf{R}} f(x)\varphi(x) dx = \varphi(0)$  となるものは存在しないことを示せ。

[2]  $\mathbf{R}$  上の超関数  $T$  を何回か微分したら 0 になった。このような  $T$  をすべて求めよ。

[3]  $\mathbf{R}$  上の関数  $|\sin x|$  を超関数と思ったものを  $T$  と書くとき、 $T''$  を求めよ。

[4]  $f \in L^1(\mathbf{R})$  とする。  $\varepsilon > 0$  に対し、 $\frac{1}{\varepsilon} f\left(\frac{x}{\varepsilon}\right)$  を超関数と思って、 $\varepsilon \rightarrow 0+$  としたときの極限を求めよ。