

数理科学 I 中間テスト (1)

2004 年 6 月 14 日

河東泰之 (かわひがしやすゆき)

数理科学研究科棟 323 号室 (電話 5465-7078)

e-mail yasuyuki@ms.u-tokyo.ac.jp

<http://www.ms.u-tokyo.ac.jp/~yasuyuki/>

このテストは成績には関係ありません。自筆ノート持ち込み可で行います。(本や、人のノートのコピーは不可です。) 答案には途中の計算, 説明などをきちんと書いてください。答案用紙は両面 1 枚です。それに収まるように書いてください。

[1] 次のそれぞれの場合について, $\varphi(x, y) = 0$ という条件の下で, $f(x, y)$ の最大値, 最小値を求めよ。(最大値または最小値がない場合はないと答えよ。)

(1) $\varphi(x, y) = 2x^2 + 3y^2 - 1, f(x, y) = x - y.$

(2) $\varphi(x, y) = x^4 + y^4 - 1, f(x, y) = x^4 + 2x^2y^2 + 3y^4.$

(3) $\varphi(x, y) = 5x^2 - 6xy + 5y^2 - 4, f(x, y) = x^2 + y^2.$

[2] 次のそれぞれの積分の値を求めよ。

(1) $\int_{x^2+y^2 \leq 2x} (x^2 + y^2)^{3/2} dx dy$

(2) $\int_{x^2+y^2+z^2 \leq 1} x^2 dx dy dz$

[3] (1) $x^3 + y^3 - 3xy = 0$ のグラフを書け。極値, 漸近線などの求め方をきちんと説明すること。

(2) $x^3 + y^3 - 3xy = 0$ 上の点 (x_0, y_0) のうち, その点の近傍で $x^3 + y^3 - 3xy = 0$ が $y = f(x)$ ($f(x)$ は x の C^1 級関数) と解ける点はどれか。すべて求めよ。(単に「(1) のグラフより明らか」としないで理由をきちんと説明すること。)

(3) (1) のグラフで囲まれた領域の面積を求めよ。