

[41]  $D = \{z \in \mathbf{C} \mid |z| < 1\}$  とおき,

$$H = \{f(z) \mid D \text{ 上の正則関数で } \int_D |f(x+iy)|^2 dx dy < \infty\}$$

として,  $f, g \in H$  に対し,

$$(f, g) = \int_D f(x+iy) \overline{g(x+iy)} dx dy$$

とおく.

(1) この内積で  $H$  は Hilbert 空間になることを示せ.

(2)  $T : f(z) \mapsto zf(z)$  は,  $H$  上の Fredholm operator になることを示せ. その index はいくらか.

[42]  $\ell^2$  上の有界線型作用素,  $T$  を次のように定める.

$$T(x_1, x_2, x_3, \dots) = (0, \frac{1}{1}x_1, \frac{1}{2!}x_2, \frac{1}{3!}x_3, \dots).$$

この作用素のスペクトルを求めよ.

[43]  $[0, 1]$  上の実数値連続関数  $f(x)$  を固定し,  $L^2(0, 1)$  上の  $f$  による掛け算作用素を  $A$  とする.  $A$  のスペクトル分解に現れる  $E(\lambda)$  を具体的に記述せよ.

これは単に自分でやるための演習問題です. レポート提出とは関係ありません.

今日返したレポートは各問 5 点ずつけてあります. 平均は 15.8 点でした.