

[27] ℓ^∞ の単位球は弱点列 compact か？理由を付けて答えよ．

[28] $f \in L^2(\mathbf{R})$ に対し, $f_n(x) = e^{inx} f(x)$ とおく．Hilbert 空間 $L^2(\mathbf{R})$ で, 関数列 $\{f_n\}_n$ は, 弱収束先を持つか？持つならばその弱極限は何か？

[29] Banach 空間 c_0 における点列 $\{x_n\}_n$ を考え, x_n は複素数列 $\{x_{nk}\}_k$ であるとする．この点列 $\{x_n\}_n$ が 0 に弱収束するための必要十分条件は, $\sup_n \|x_n\| < \infty$ かつ, すべての k について $\lim_{n \rightarrow \infty} x_{nk} = 0$ となることである．このことを証明せよ．

[30]* Banach 空間 ℓ^1 の点列 $\{x_n\}_n$ が $x \in \ell^1$ に弱収束しているとする．このとき, 実は $\{x_n\}_n$ は, x に ℓ^1 -norm で収束していることを示せ．

[31] Hilbert 空間 H 上の作用素の列 T_n が, 次の条件を満たすとする．

すべての $x \in H$ について, 列 $\{T_n x\}_n$ は 0 に弱収束する．

このとき $\{T_n\}_n$ は有界であることを示せ．