

修士課程学生 (Master's Course Student)

田内 大渡 (TAUCHI Taito)
(FMSP コース生)

A. 研究概要

G を実簡約リー群, H をその代数部分群, P_m を G の極小な放物型部分群とする. このとき旗多様体 G/P_m 上に H 開軌道が存在することと, すべての H の有限次元表現 τ に対して, その誘導表現 $\text{Ind}_H^G \tau$ が G の表現として重複度有限になることが同値であることが, 近年小林俊行・大島利雄両氏によって示された (2013 年). また極小とは限らない一般の放物型部分群 P に対しては, 一般旗多様体 G/P 上に H 開軌道が存在しなければ, P シリーズと呼ばれるある表現のクラスに属する表現 π が存在して, $\text{Ind}_H^G \pi$ は π に関して重複度無限になることが小林俊行氏によって示されている (2014 年). ではその逆はどうなるのかというのが自然に疑問になってくる. 実は一般の放物型部分群 P に対しては, G/P 上に H 開軌道が存在することよりも, G/P 上の H 軌道の個数が有限であることの方が真に強い条件であることが知られているので, それを鑑みて次のような問題を考える. 「 G/P 上の H 軌道の個数が有限であるならば, $\text{Ind}_H^G \tau$ は P シリーズに属するすべての表現に関して重複度有限になるか?」.

私は今年度この問題に取り組み, 結果としてこの問題に関して否定的な例を構成した. すなわち, 「 G/P 上の H 軌道の個数が有限であるが, $\text{Ind}_H^G \tau$ が P シリーズに属するある表現に関して重複度無限になる例が存在する」ことを示した.

Let G be a real reductive Lie group, H an algebraic subgroup, P_m a minimal parabolic subgroup of G . Then existence of a H -open orbit on a flag variety G/P_m is equivalent to multiplicity finiteness of induced representation $\text{Ind}_H^G \tau$ as representation of G for all finite dimensional representation τ of H (T. Kobayashi and T. Oshima, 2013). For a generalized parabolic subgroup P of G , if H -open orbit does not exist on a generalized flag variety G/P , then there exists a representation π belongs to P -series (which is some class of representations) whose multiplicity for $\text{Ind}_H^G \pi$ is infinity (T. Kobayashi, 2014). Then the question is whether or not the converse is true. In

fact, for a generalized parabolic subgroup P of G , It is known that finiteness of the number of H -orbits on G/P is a stronger condition than existence of H -open orbit on G/P . Considering this fact, we consider the following problem. 「Assume the number of H -orbits on G/P is finite. Then whether or not multiplicity of π for $\text{Ind}_H^G \tau$ is finite for all representation π belongs to P -series?」.

I studied this problem this year, as a result I constructed a negative example, that is I proved that 「There exists the example that the number of H -orbits is finite on G/P , but there exists a representation belongs to P -series whose multiplicity for $\text{Ind}_H^G \tau$ is infinity.」

B. 発表論文

1. T.Tauchi: "実リー群の軌道と不変超関数の次元について", 東京大学修士論文.

C. 口頭発表

1. 「Homogeneous Domains on Flag Manifolds」(論文紹介:B.Kimelfeld), Workshop on "Actions of Reductive Groups and Global Analysis", 玉原セミナーハウス, 2015 年 8 月.
2. Dimension of invariant distributions, Berkeley-Tokyo Winter School "Geometry, Topology and Representation Theory", アメリカ, University of California Berkeley, 2016 年 2 月.