小林俊行氏の業績

大 島 利 雄
織 田 孝 幸

リー群のユニタリ表現論は，1947年に発表されたBargmann，Gelfand-Naimarkによる$SL(2,\boldsymbol{R})$，$SL(2,\boldsymbol{C})$の論文をきっかけに，この半世紀の間数学の各分野と接点を保ちながら飛躍的な発展を遂げ，現在も進展中である．ユニタリ表現論の中心課題を二つあげれば

(1) 既約な表現を分類し理解する

(2) 与えられた表現を既約表現に分解する

となろう．今回の小林氏の春季賞受賞の業績は(2)に関して新しいブレークスルーを打ち出したものであるが，その成果は(1)にも寄与するものである．

簡約リー群の表現論では，Harish-Chandraによる4半世紀の研究で完成された正則表現の分解定理(Plancherel公式)が最初の金字塔であった．その過程で彼の得た重要な基本的結果の一つが「簡約リー群Gの既約ユニタリ表現(π, V)を，Gの極大コンパクト群Kに制限すると，Kの各既約表現は高々有限重複度でしか現れない」というものである(たとえば，$(G,K)=(SL(n,\boldsymbol{R}), SO(n))$)．$K$の既約表現の同値類の集合を$\widehat{K}$とし，$\delta\in\widehat{K}$に対する$V$の成分を$V_\delta$として$V_K$を$V_\delta(\delta\in\widehat{K})$の代数的直和とすると，$V_K$にはinfinitesimalに$G$のリー環$\mathfrak{g}$の作用が自然に誘導され

$$\pi(k)\pi(X)v=\pi(\mathrm{Ad}(k)X)\pi(k)v$$
$$(k\in K,\ X\in\mathfrak{g},\ v\in V_K)$$

が成立する($(G,K)=(SL(2,\boldsymbol{R}), SO(2))$の場合は，有限Fourier級数を考えることに相当する)．さらに元の表現が既約，あるいは同値ということは，対応するこの$(\mathfrak{g},K)$-加群が既約，同値ということにいい換えられる．逆に$(\mathfrak{g},K)$-加群で，Kの表現空間と見たとき各既約表現が高々有限重複度でしか現れないものはHarish-Chandra加群と呼ばれ，これらに対し対応するGの表現が適当な位相の下で一意的に存在することも分かっている(Schmid，Wallachによる表現の大域化定理)．

現在通常，簡約リー群Gの(ユニタリとは限らない)既約表現というと，Gの極大コンパクト群Kに制限した場合，各既約表現の重複度が高々有限となるadmissible表現を指す．上記のHarish-Chandra等の結果により，admissible表現の研究は対応するHarish-Chandra加群の研究に帰着される．実際，近年簡約リー群の表現論においては，Harish-Chandra加群あるいはリー環の包絡環の表現など，代数的手法での研究が飛躍的に進歩し多くの成果が得られている．

既約表現を理解するためには，表現を自然に構成する必要がある．有限群やコンパクト群のような小さな群の場合，群環や群上の関数の空間に実現すると，実現は有限の自由度しか許容されないので理解し易いが，半単純リー群の無限次元表現の場合には，そうはいかない．そこでリー群Gの部分群Hの表現からの誘導表現，あるいは，そのような表現空間上のコホモロジー空間に，幾何学的，あるいは，微分方程式の解としての解析的実現を考える．特にHが簡約リー群Gの極大コンパクト部分群Kであって，Kの自明表現から誘導した場合，表現空間はRiemann対称空間G/K上の関数の空間となり，帯球関数など美しい理論がHarish-Chandra，Helgason等によりユニタリ表現論の初期に完成された．

コンパクト群の場合は，Peter-Weylの定理によって，表現の誘導と制限とは互いに双対関係にあるので(Frobeniusの相互律)両者は同等のものと考えられ，研究の手法に用いられて来た．一方簡約リー群の無限次元表現の場合，精神的にはFrobeniusの相互律的な考えがあったにせよ一般的な結果は存在せず，部分群からの誘導が表現論の研究に本質的に使われて来たにも関わらず，制限に関しては前述の極大コンパクト群の場合を除いて組織的研究が存在しなかった．無限次元表現の部分群への制限は，一般には離散スペクトルと連続スペクトルの両方を含むため，問題が格段に難しくなり，1990年代初めまで手つかずの状態であった．小林氏は果敢にもこの問題に挑み，「表現の制限の離散的分岐」の意味と重要性を明らかにした．

この「無限次元表現の制限」の研究には，代数的手法のみならず幾何的な背景や解析における深い洞察が必要であった．逆にそのような広い観点からの研究であったため，受賞理由の結果のみならず，派生して得られた成果に関して，他の表現論の諸問題や他分野への幅広い応用が見込まれ，実際既に多くの結果が得られている．これは小林氏が今までされてきた全ての研究においても同様であり，しかもそれらは得られた結果自身は異なっていても，研究手法やアイデアが深く関連しているようである．「表現の制限の離散的分岐」に関しては，小林氏自

身による論説があるので，ここではなるべく重複を避け，関連する小林氏の業績を含めて紹介したい．

§1. Pompeiu 問題，積分幾何

筆者(大島)が，ある数学者から「工学系の研究者からある問題を質問されたが，解答を知らないか？」という問い合わせを受けた．それは，「ユークリッド空間の有界領域 Ω の特性関数の Fourier 変換の零点集合が球面を含むのは，Ω が球の場合に限るのではないか」というものであった．もっともらしい問題であったので，当時修士課程在学中であった小林氏に話したところ，それは修士論文の一つとしての成果にまとめられた．実はこれは，Pompeiu 問題として知られている有名な未解決の問題と同値であることが分かっていた．すなわち以下の事実である．

Ω を連結で Lipschitz 連続な境界 $\partial\Omega$ を持つ $\boldsymbol{R}^n$ の領域とするならば，Ω に対する次の 3 条件は同値である．

1) (Pompeiu 問題：1929 年) $\boldsymbol{R}^n$ 上の連続関数 $f(x)$ に対し，$\int_{g^{-1}\Omega} f dx$ が全ての $g\in G$ に対し 0 となるならば，$f=0$ である(ここで，G は直交群 $O(n)$ と平行移動とで生成される $\boldsymbol{R}^n$ の合同変換群)．

2) (Schiffer 予想) $\lambda\in \boldsymbol{C}^\times$ に対し，次の過剰決定境界値問題は 0 以外の解を持たない．

$$\begin{cases}\Delta u+\lambda u=0 \quad \text{in } \Omega \\ \dfrac{\partial u}{\partial v}=0, \quad u=\text{constant on } \partial\Omega\end{cases}$$

3) Ω の特性関数 χ_Ω の Fourier 変換 $\hat{\chi}_\Omega$ の零点集合を，$\mathfrak{N}(\Omega)=\{\zeta\in \boldsymbol{C}^n : \hat{\chi}_\Omega(\zeta)=0\}$ とおくとき，$\mathfrak{N}(\Omega)\supset \{\zeta\in \boldsymbol{C}^n : \zeta_1^2+\cdots+\zeta_n^2=r^2\}$ を満たす $r>0$ は存在しない．

Ω を $\boldsymbol{R}^n$ の単位球とすると，$\hat{\chi}_\Omega(\zeta)=(2\pi)^{\frac{n}{2}}r^{-\frac{n}{2}}J_{\frac{n}{2}}(r)$, $r=(\zeta_1^2+\cdots+\zeta_n^2)^{\frac{1}{2}}$ となるので，$\mathfrak{N}(\Omega)$ は，$\dfrac{n}{2}$ 次の Bessel 関数の正の零点を半径とする無限個の同心球面となる．

予想というのは，「上記の同値な条件を満たさないのは Ω が球の場合だけである」ということになる．なお，Williams (1981 年) によって，Schiffer 予想が成り立たないと仮定すると，$\partial\Omega$ が実解析的になることが示されている．一方当時は予想の直接の解決からはかなり遠い状況で，関連する多くの論文があったにも関わらず「$n=2$ の場合は Ω の長い方の幅と短い方の幅の比が 2 以上であれば，予想は正しい」という Brown-Kahane (1982 年) の結果が存在する程度であった．

小林氏が，この問題に関して得た 2 つの興味深い結果を紹介する．

定理 1.1. ([8]) Ω が球 Ω_0 に十分近い $\boldsymbol{R}^n$ の領域で，上記の同値な条件が成立しないならば，Ω は球である．

上記の十分近いとは，C^2-級の意味で $\partial\Omega$ が $\partial\Omega_0$ に近いということである．特に 1 パラメータでの球からの C^2 級変形の意味でこの予想の反例が無いことが結論される．

もう一つは，「$\mathfrak{N}(\Omega)$ が Ω をどのように規定するか」という方向で問題を発展させて得た結果である．

定理 1.2. ([1]) Ω を $\boldsymbol{R}^n$ の強凸有界領域とする．このとき $\mathfrak{N}(\Omega)\cap \boldsymbol{C}S^{n-1}$ は，あるコンパクト集合を除いて，球面 S^{n-1} と解析的に微分同相な $\mathfrak{N}_m$ という集合の合併 $\bigcup_{m=m_0}^{\infty}\mathfrak{N}_m$ となり，$\mathfrak{N}_m$ は $m\to\infty$ のとき次のような漸近挙動を持つ．

$$\mathfrak{N}_m=\{F_m(\omega)\cdot\omega : \omega\in S^{n-1}\}\subset \boldsymbol{C}^n,$$

$$F_m(\omega)=\frac{2\pi m}{H(\omega)}+\left(\frac{\pi(n-1)+\sqrt{-1}(\log\kappa(-\omega)-\log\kappa(\omega))}{2H(\omega)}\right)+O(m^{-1}).$$

ここで，F_m は球面 S^{n-1} 上の複素数値関数．また H,κ は Ω の幾何構造から決まり，$H(\omega)$ は ω 方向の Ω の幅を表す正値関数，$\kappa(\omega)=K_\Omega\circ\nu_\Omega^{-1}(\omega)$ で，ν_Ω, K_Ω はそれぞれ $\partial\Omega$ 上の Gauss 写像，Gauss-Kronecker curvature である．

特にこの結果の系として，中心対称な領域は $H(\omega)$ によってその形状が決まるので，Ω_1 と Ω_2 とが共に強凸中心対称な有界領域で，$\mathfrak{N}(\Omega_1)=\mathfrak{N}(\Omega_2)$ が成立するならば，その中心を重ねる平行移動で Ω_1 は Ω_2 に移ることが分かる．一方，より一般の領域に関しては「$H(\omega)$ および，$\kappa(\omega)+\kappa(-\omega)$ から Ω が決まるか」ということが肯定的ならば $\mathfrak{N}(\Omega)$ から Ω が決まることがいえるが，それはある非線形偏微分方程式の一意性の問題となり，答えは分かっていない．しかしながら $n=2$ の場合は常微分方程式となって，解の一意性が保証される．すなわち「$\boldsymbol{R}^2$ 内の強凸有界領域 Ω の形状は $\mathfrak{N}(\Omega)$ で決まる」ことがいえる．

さらに小林氏は同様な問題を非コンパクト型 Riemann 対称空間の場合にも考察し，特に $SO_0(n,1)/SO(n)$ の場合は，定理 1.2 と同様な結果が成り立つことを示した(以上の全般的な解説や文献は[7])．

その後，Pompeiu 問題を専門的に研究していた O'dor 氏が 1997 年から 2 年間小林氏の下に留学された

が，元来のPompeiu問題を最終的に解決したという報告が，東大のセミナーで帰国直前になされた．O'dor氏独自のextremum methodという手法によるが，これには小林氏の定理1.1の変形の手法が大変参考になったということである．

Pompeiu問題のような積分幾何では，幾何学的に定義される積分変換の研究が基本問題である．等質空間上の解析では，積分幾何の問題として「Radon変換の逆変換を求めよ」ということが，等質空間上の表現の既約分解と関連して重要であるが，複素解析的な簡約Lie群の場合に，無限次元多様体を導入することによって，小林氏はGindikinとの共同研究で，一般的な逆変換公式を得ている([13])．たとえば，この応用として，複素半単純対称空間上の正則表現の分解公式を得ることができる．

§2．等質空間上の調和解析と特異ユニタリ表現

Pompeiu問題の研究と同時期に小林氏は，Stiefel多様体 $U(p,q;\boldsymbol{F})/U(p-m,q;\boldsymbol{F})$ $(\boldsymbol{F}=\boldsymbol{R},\boldsymbol{C},\boldsymbol{H})$ 上の離散系列表現の研究を行っている．

この頃，半単純対称空間上の表現については，Flensted-Jensenのdualityを使う方法で十分な解明が進んでいた．簡約リー群の既約ユニタリ表現の分類は，現在も続くユニタリ表現論の基本問題であるが，代数幾何や微分方程式論において，特異点の研究が本質的であると同様，ユニタリ表現論においても，特異な表現の研究が本質的である．ユニタリ表現の分類では特異な小さなユニタリ表現の研究，等質空間上の調和解析では離散系列表現の研究がそれに対応し，両者は影響を及ぼしながら研究が進んできた．

小林氏は，半単純対称空間などに限らずそれまでに手法が開発されていないより広いクラスの等質空間やその上での調和解析に挑戦し，特異な表現の解明とを合わせて常に氏の研究の中心テーマとしてきた(最近では[16]，[17]，[19]，[23]など)．上記Stiefel多様体上での解析は，その最初のものであった．大島-松木による半単純対称空間上の特異な離散系列表現の構成と同種な離散系列表現が存在することを示し，その表現の解明を行っている(半単純対称空間にあたる場合も，表現が非自明になる条件について，新しい簡明な証明を与えている)．詳しくは氏自身の論説を参照されたい([4]，[11]，[18])．

§3．等質空間上の固有作用，Clifford-Klein form

多様体 M にある種の幾何学的構造(複素構造，擬Riemann構造など)が存在するとしよう．M の普遍被覆空間 $\widetilde{M}$ に誘導された幾何学的構造を保つ群 G が $\widetilde{M}$ に推移的に作用するならば，$\widetilde{M}$ は G の等質空間 G/H と表せ，M の基本群 $\Gamma\subset G$ によって，$M\simeq\Gamma\backslash G/H$ となる(たとえばRiemann面)．一方半単純リー群 G や非コンパクト型Riemann対称空間 G/K には，G の離散群 Γ が離散的に作用するが，その作用が自由であると，商空間 G/Γ や $\Gamma\backslash G/K$ は，G や G/K と局所同型な多様体の構造を持つ．

一般に群 L が多様体 X に左から作用しているとき，X の任意のコンパクト部分集合 S に対して $L_S=\{\gamma\in L:\gamma S\cap S\neq\emptyset\}$ がコンパクトであるなら，L の X への作用が固有であるという．等質空間 G/H に対し，G の離散部分群 Γ が G/H に固有かつ自由に作用するとき，$\Gamma\backslash G/H$ は G/H と局所同型な非特異多様体となるので，これを G/H のClifford-Klein formと呼ぶ．

G が簡約線型リー群のときはコンパクトや有限体積の G/K のClifford-Klein formが存在することがBorel-Harish-Chandra(1962年)により知られている．すなわち G/K に離散的に作用する Γ が十分沢山存在する．一方，$SO(n+1,1)/SO(n,1)$ に固有に作用する G の離散部分群は有限群のみであることがCalabi-Markus(1962年)により示された．

小林氏は「等質空間 G/H に固有に作用する良い離散部分群 Γ の存在」の一般的かつ組織的研究を興し，1990年頃から世界のリーダーとなっている．具体的には，Γ の構成問題と Γ の非存在の「障害」を明らかにすることである(全般的な参考文献は[15])．

H が非コンパクトの場合，G の不連続群 Γ が大きすぎると G/H に固有に作用しない．そこで小林氏は，その連続版すなわち「G の連結閉部分群 L で，G/H に固有に作用するものがあれば，L の離散部分群 Γ は G/H に固有に作用する」という原理で，L を仲介として Γ を調べようというアイデアを用いた．この方法により，小林氏は今まで知られていなかった多くのコンパクトなClifford-Klein formの構成に成功した．

一般にリー群 G の部分集合 L と H が与えられたとき，任意の G のコンパクト部分集合 S に対して $L\cap SHS$ が相対コンパクトになるなら，$L\pitchfork H$ と書く．このとき，$L\pitchfork H\Leftrightarrow H\pitchfork L$ となるが，H,L が閉部分群のときはさらに以下が成り立つ．

$$L \text{ は } G/H \text{ に固有に作用} \Leftrightarrow H \text{ は } G/L \text{ に固有に作用} \Leftrightarrow L\pitchfork H$$

簡約リー群のCartan分解を $G=KAK=K\exp\mathfrak{a}K$

とし，$\boldsymbol{R}$-rank $G=\dim\mathfrak{a}$とおく．$\mathfrak{a}$はAのリー環である($G=GL(n,\boldsymbol{R})$のときは，$K=O(n)$で，$\mathfrak{a}$は実対角行列全体)．Gの部分集合Lに対して$\mathfrak{a}$成分を$\mathfrak{a}(L)=\log(A\cap KLK)$と定義する．

定理 3.1.([14]) $H \pitchfork L$ in $G \Leftrightarrow \mathfrak{a}(H) \pitchfork \mathfrak{a}(L)$ in $\mathfrak{a}$. $G\supset H$および$G\supset L$が簡約リー群の組の場合，さらに$\mathfrak{a}(L)\cap\mathfrak{a}(H)=\{0\}$と同値．

系 3.2.([2]) $G\supset H$が簡約リー群の組とする．G/HにGの無限離散群で作用が固有になるものが存在しない(Calabi-Markus現象)ための必要十分条件は，$\boldsymbol{R}$-rank$G=\boldsymbol{R}$-rank$H$である．

$G\supset H$が簡約リー群の組で，LがGの閉部分群であったとする．$L \pitchfork H$ in G，かつ，$L\backslash G/H$がコンパクトで，ΓがLの余コンパクトかつtorsion freeな離散部分群となるなら，$\Gamma\backslash G/H$はG/HのコンパクトClifford-Klein formになる．このような考察から

定理 3.3.([2]) $G\supset H$が簡約リー群の組とする．簡約リー群$L\subset G$で，$\mathfrak{a}(L)\cap\mathfrak{a}(H)=\{0\}$かつ$\dim L/L\cap K+\dim H/H\cap K=\dim G/K$を満たすものが存在すれば，$G/H$にはコンパクトClifford-Klein formが存在する．

この方法で，小林氏は$SO(2n,2)/U(n,1)$，$SU(2,2n)/Sp(1,n)$,... などのコンパクトClifford-Klein formが存在する例を数多く発見した．さらにΓに対する変形理論を構築し([9]，[24])，たとえば，$SO(2n,2)/U(n,1)$では非自明な変形が存在せず，$SU(2,2n)/Sp(1,n)$では存在することを示した．得られた結果の系として，3次元Lorentz多様体に関するGoldman予想を，高次元に拡張した場合も含めて肯定的に解決した．なお，変形したΓのZariski閉包は上記の構成で使われた「小さなL」には一般に収まっていない．

その他，コンパクトClifford-Klein formの存在に関するいくつかの障害を発見している([3]，[6]，[14])．これに関しては，リー群論以外でも，特性類，シンプレクティク幾何，エルゴート理論など様々な手法で盛んに研究されているが(文献は[14]，[26]を参照)，必要十分条件はまだ分かっていない．

§4.　表現の制限の離散分岐

コンパクトClifford-Klein formの構成に使われた簡約リー群の組(G,H,L)を考える．G/Hが半単純対称空間ならばその上の特異表現，すなわち離散スペクトルの構造はよく分かっている．その離散系列表現πをLに制限するという手続きで，小林氏は無限次元ユニタリ表現の制限が離散的になる非自明な例を構成した．これはある場合には$L/L\cap H$の離散系列の決定に有効であった．この制限の理論をさらに発展させて，小林氏は制限が離散分岐する分岐則の研究を行った．

定義 4.1.([12]) $G\supset G'$を簡約リー群の組とし，$\widehat{G}$，$\widehat{G'}$を既約ユニタリ表現の同値類の集合とする．$\pi\in\widehat{G}$の制限$\pi|_{G'}$が$\widehat{G'}$の元の有限重複度の離散直和に分解するとき，制限$\pi|_{G'}$はG'-admissibleと定義する．

Gの極大コンパクト群Kは，任意の$\pi\in\widehat{G}$に関して制限$\pi|_K$がK-admissibleになるが(Harish-Chandraの定理)，この$\pi|_K$の表現をパラメトライズするlattice(K-type)の無限遠での極限錘$\mathrm{AS}_K(\pi)$によって，G'-admissibilityの簡明な十分条件を得た．

定理 4.2.([20]) 次の条件が成り立つならば，$\pi|_{G'}$はG'-admissibleである．

$$\mathrm{AS}_K(\pi)\cap\sqrt{-1}\,\mathrm{Ad}(K)(\mathfrak{k}')^{\perp}=\{0\}.$$

ここで，$K'=G'\cap K$がGの極大コンパクト部分群になるようにKを選び，$\mathfrak{k}'$はK'のリー環である．一方，小林氏は$\pi\in\widehat{G}$のHarish-Chandra加群(π_K,X)が$(\mathfrak{g}',K')$-既約加群の代数的直和(重複度の有限性は仮定せず無限大も許す)に分解できるとき，「代数的に離散分解可能」と定義し，その判定条件(特に必要条件)と定義4.1の解析的な離散分解との関連を調べた．特に代数的離散性から有限性を引き出す以下の定理は，「Gの離散系列表現を対称部分群G'に制限した場合，重複度が有限になる」というWallach予想を一般化して肯定的に解決し，その意味を明らかにした．

定理 4.3.([22]) $G\supset G'$を半単純対称対とする．任意のZukerman-Vogan導来函手$(\mathfrak{g},K)$-加群Xと任意の既約$(\mathfrak{g}',K')$-加群Yに対し

$$\dim\mathrm{Hom}_{(\mathfrak{g}',K')}(Y,X)<\infty.$$

この「無限次元表現の制限の離散分解理論」は，ユニタリ表現における新しい手法を生み出し，特異なユニタリ表現の構成や今まで手段が無く手のつかなかった等質空間の上の調和解析，また他の分野への応用([21])など，現在発展中である([26])．

上記の問題に限らず，小林氏の講演を聞かれた経験のある方は同感されることであろうが，小林氏の問題意識，およびそれを解決していくときの手法や結果など，ユニークでありながら極めて自然で分かり易く，応用範囲が広いものである．

小林氏自身が書かれているように，ユニタリ表現論の原動力の一つは，解析，幾何，代数の多くの分野との間に次々と生まれてくる繋がりといえるが，小林氏は解析，幾何，代数が美しく調和し，それらが見事に融合さ

れた数学を具現している．今後も新しい分野を切り開いて，我々に見せてくれることを期待している．

小林俊行氏の論文リスト

小林氏の論文リストは膨大であるので，そこからの抜粋に止めた．より詳しくは[7]，[11]，[15]，[26]などを参照．

[1] Asymptotic behaviours of the null variety for a convex domain in a nonpositively curved space form, Jour. Fac. Sci. Univ. Tokyo **36** (1989), 389-478.

[2] Proper action on a homogeneous space of reductive type, Math. Ann. **285** (1989), 249-263.

[3] (with K.Ono), Note on Hirzebruch's proportionality principle, Jour. Fac. Sci. Univ. Tokyo **37** (1990), 71-87.

[4] Singular Unitary Representations and Discrete Series for Indefinite Stiefel Manifolds $U(p,q\,;\boldsymbol{F})/U(p-m,q\,;\boldsymbol{F})$, vol. **462**, Memoirs of American Mathematical Society, 1992.

[5] Discontinuous groups acting on homogeneous spaces of reductive type, Proceedings of Representation Theory of Lie Groups and Lie Algebras, Fuji-Kawaguchiko, 1990 T.Kawazoe, T.Oshima and S.Sano(ed.), World Scientific, 1992, pp.59-75.

[6] A necessary condition for the existence of compact Clifford-Klein forms of homogeneous spaces of reductive type, Duke Math. J. **67** (1992), 653-664.

[7] Convex domains and Fourier transform on spaces of constant curvature, the UNESCO-CIMPA School on "Invariant differential operators on Lie groups and homogeneous spaces", at WuHan University in P.R. China, 1991 P.Torasso (ed.) (武漢大学での Spring School の講義録), Travaux en Cours, Hermann, Paris, 112 pages (to appear).

[8] Perturbations of domains in the Pompeiu problem, Comm. Anal. Geom. **1** (1993), 29-55.

[9] On discontinuous groups acting on homogeneous spaces with non-compact isotropy subgroups, J.Geom. Physics **12** (1993), 133-144.

[10] Bounded domains and the zero sets of Fourier transforms, 75 Years of Radon Transforms S. Gindikin, P.Michor (ed.), International Press, Hongkong, 1994, pp.223-239, Conference Proceedings and Lecture Notes in Mathematical Physics, **IV**.

[11] 簡約型等質多様体上の調和解析と表現論，数学「論説」**46** (1994)，日本数学会（岩波書店），124-143.

[12] Discrete decomposability of the restriction of $A_{\mathfrak{q}}(\lambda)$ with respect to reductive subgroups and its applications, Invent. Math. **117** (1994), 181-205.

[13] 曲面の積分幾何と複素等質空間の Plancherel 型定理，表現論シンポジウム (1994)，16-25.

[14] Criterion of proper actions on homogeneous space of reductive groups, J.Lie Theory **6** (1996), 147-163.

[15] Discontinuous groups and Clifford-Klein forms of pseudo-Riemannian homogeneous manifolds, Algebraic and Analytic Methods in Representation Theory, H.Schlichtkrull and B.Ørsted (ed.), Perspectives in Mathematics **17**, Academic Press, 1996, pp.99-165.

[16] L^p-analysis on homogeneous manifolds of reductive type and representation theory, Proc. Japan Acad. **73** (1997), 62-66.

[17] Invariant measures on homogeneous manifolds of reductive type, J.reine und angew. Math. **490** (1997), 37-53.

[18] Harmonic analysis on homogeneous manifolds of reductive type and unitary representation theory, Translations, Series II, Selected Papers on Harmonic Analysis, Groups, and Invariants, vol. **183**, Amer. Math. Soc., 1998, pp.1-31, K. Nomizu (ed.).

[19] Discrete series representations for the orbit spaces arising from two involutions of real reductive Lie groups, J.Funct. Anal. **152** (1998), 100-135.

[20] Discrete decomposability of the restriction of $A_{\mathfrak{q}}(\lambda)$ with respect to reductive subgroups II: Micro-local analysis and asymptotic K-support, Annals of Math. **147** (1998), 709-729.

[21] (with T.Oda), A vanishing theorem for modular symbols on locally symmetric spaces, Comment. Math. Helv. **73** (1998), 45-70.

[22] Discrete decomposability of the restriction of $A_{\mathfrak{q}}(\lambda)$ with respect to reductive subgroups III. Restriction of Harish-Chandra modules and associated varieties, Invent. Math. **131** (1998), 229-256.

[23] (with B.Ørsted), Conformal geometry and branching laws for unitary representations attached to minimal nilpotent orbits, C.R.Acad. Sci. Paris **326** (1998), 925-930.

[24] Deformation of compact Clifford-Klein forms of indefinite-Riemannian homogeneous manifolds, Math. Ann. **310** (1998), 394-408.

[25] Multiplicity-free theorem in branching problems of unitary highest weight modules, preprint.

[26] 半単純リー群のユニタリ表現の離散分岐則の理論とその展開，数学「論説」**51** (1999)，日本数学会（岩波書店），1-20.

(1999年7月26日提出)

（おおしま　としお・東京大学大学院数理科学研究科）
（おだ　たかゆき・東京大学大学院数理科学研究科）