小林俊行

リーマン幾何学の枠組みを超えた不連続群

【局所から大域へ】

局所構造は大域構造にどのように影響するか？　この主題は、計量が正定値であるリーマン幾何学においては、20世紀以来の幾何学における大きな潮流となり、著しい発展をとげてきた。

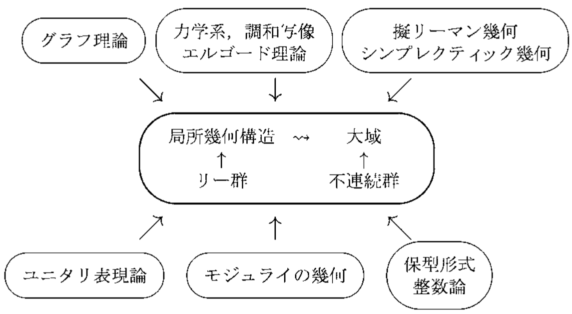
より一般の幾何構造に対してはどうだろうか？　たとえば、相対性理論における時空（ローレンツ空間）のように不定値の計量をもつ空間では、等長変換からなる離散群の作用は真性不連続とは限らない。このような現象も、大域的な構造に重要な役割を果たすはずなのである。実は、不定値計量の場合を含む一般の幾何構造に対する局所から大域への研究は20世紀の幾何学の潮流に乗り遅れた感があった。

【不連続群の理論】

局所構造が均質の場合には、局所的な幾何を統制するのが等質空間であり、大域的な構造を統制するのが不連続群である。

当事業推進者は1980年代後半に、世界に先駆けて、不定値計量の場合をも含む等質空間の不連続群の本格的な研究に着手し、真性不連続性の有効な判定条件を求めた。これに引き続き、不連続双対、閉じた大域形の存在問題、剛性、幾何構造の変形空間などの基礎的な研究を行ってきた。

上記の研究によって生まれたこの研究領域では、現在では、下図のように分野の枠を超えた発想に基づく新たな研究も行われ始め、多重の進展をみせている。局所から大域につながる理論はまだまだ謎に包まれている。



非リーマン等質空間不連続群論

代数・幾何・解析にまたがる無限次元表現の理論

【分岐則の理論】

空間の対称性を扱う数学を表現論と言うならば、その対称性の破れを扱うのが分岐則の理論である。

無限次元において生じる分岐則の解析的困難（“悪い砕き方”）を分析することによって、逆に、良い分岐則（“きれいな砕き方”）の定式化と重要性を提唱した。とりわけ、超局所解析の手法を用いて、有限重複度と離散性を併せ持つ分岐則の特徴づけを与えた（離散的分岐則理論の3部作1994－1998）。“きれいな砕け方”の理論は、無限次元表現の研究に新たな手法と研究領域をもたらし、さらに、等質空間上の大域解析に重要な離散スペクトラムの構成や、モジュラー多様体のトポロジーの研究の手法に使われるなど、異分野への応用も生まれている。

【極小表現の解析】

“根源的な表現”とは何だろうか？　分解という観点からは既約表現が最小のものであるが、構成という観点もこめて、さらに根源的なものを探せば、“源流”といえる表現は実はごく少数しかない。極小表現（例えば、C型単純リー群のWeil表現）はこの意味での“根源的な表現”といえる。

当事業推進者は、D型単純リー群の極小表現が、表現論の手法による構成だけでなく、全く異分野の数学に出現することを発見した。たとえば、共形変換群の無限次元表現を山辺作用素を用いて一般的に構成し、その特別な場合として、極小表現が出現するのである。この幾何的な構成はまた、ウルトラ双曲型方程式の解の共形不変量や、錐上の“Fourier変換”の発見につながった。

【ただ一つ（無重複表現）の理論】

同じ既約成分は二度と現れないという表現（無重複表現）は特に重要な概念であり、組合せ論等さまざまな手法によって、20世紀前半より多くの例が（散在的に）発見されてきた。最近、複素多様体における“可視的な作用”という概念を提唱した。この概念を用いて、無重複表現を有限次元の場合も無限次元の場合をも含めて、統一的に把握する新しい理論の構築を目指している。

研究・教育活動

ヨーロピアンスクール等の海外のサマースクールでは、15年間に亘ってほぼ隔年で基調講演を行ない、国内だけでなく海外の研究活動・教育活動においても、指導的な役割を果たしてきた。

東京大学数理のGCOEの幾何学部門の統括者として、また、無限次元表現研究班の統括者として、今後も研究と教育の推進に役立てれば幸いである。