

森田陽介 (MORITA Yosuke)

数理科学専攻 博士課程 2 年

研究概要

等質空間 G/H の開集合を G の作用で貼り合わせて得られる空間 M のことを, G/H を局所モデルに持つ多様体という. 例えば G の離散部分群 Γ が G/H に固かつ自由に作用するとき, $\Gamma \backslash G/H$ は G/H を局所モデルに持つ多様体になる. このとき $\Gamma \backslash G/H$ を Clifford–Klein 形, Γ を G/H の不連続群という. G/H 上の G -不変微分形式が与えられると, G/H を局所モデルとする多様体 M の上に自然に微分形式が定まる. この対応はコホモロジー間の準同型 $\eta: H^\bullet(\mathfrak{g}, H; \mathbb{R}) \rightarrow H^\bullet(M; \mathbb{R})$ を誘導する. この準同型 η から, 与えられた等質空間 G/H を局所モデルに持つコンパクト多様体が存在するための障害が幾つか得られることが知られている. 本年度は以下の結果を得た:

- 1) 過去に得られていた η から導かれる障害を, 非簡約な状況に拡張した. 例えば, 可解な実線型代数群の 1 次元以上の余随伴軌道を局所モデルとするコンパクト多様体は存在しない.
- 2) コンパクト Clifford–Klein 形の存在に対する新たな障害を発見した. 証明の鍵となるアイデアは, 不連続群のコホモロジー次元の上界の評価を, 準同型 η と組み合わせることである. 応用として, $p, q \geq 1$ かつ q が奇数のとき, 完備, コンパクトで正の定曲率を持つ符号 (p, q) の擬リーマン多様体は存在しないことが分かった.

発表論文

1. Y. Morita, A topological necessary condition for the existence of compact Clifford–Klein forms, *J. Differential Geom.* **100** (2015), 533–545.
 2. Y. Morita, Obstructions for the existence of compact manifolds locally modelled on homogeneous spaces, *東京大学修士論文* (2014).
 3. Y. Morita, Semisimple symmetric spaces without compact manifolds locally modelled thereon, *Proc. Japan Acad. Ser. A Math. Sci.* **91** (2015), 29–33.
 4. Y. Morita, Homogeneous spaces of nonreductive type locally modelling no compact manifold, arXiv:1508.04862, preprint.
 5. Y. Morita, A cohomological obstruction to the existence of compact Clifford–Klein forms, arXiv:1601.07359, preprint.
- ### 口頭発表
1. 簡約型等質空間がコンパクト商を持つための位相的制約, 2013 年度表現論シンポジウム, マホロバマインズ三浦, 2013 年 11 月.
 2. 等質空間がコンパクト商を持つための位相的制約, 表現論と調和解析の新たな進展, 京都大学, 2014 年 6 月.
 3. A necessary condition for the existence of compact manifolds locally modelled on homogeneous spaces, 第 61 回幾何学シンポジウム, 名城大学, 2014 年 8 月.
 4. Y. Benoist “Actions propres sur les espaces homogènes réductifs” Chapitre 4 の解説, リー群の表現論と群作用についての研究会, 玉原国際セミナーハウス, 2014 年 8 月.
 5. A necessary condition for the existence of compact manifolds locally modelled on homogeneous spaces, Rigidity School, Tokyo 2014, 東京大学, 2014 年 11 月.
 6. 等質空間を局所モデルとするコンパクト多様体が存在するための障害, 広島大学トポロジー・幾何セミナー, 広島大学, 2014 年 12 月.
 7. A necessary condition for the existence of compact manifolds locally modelled on homogeneous spaces, 2015 East Asian Core Doctorial Forum on Mathematics, 国立台湾大学, 2015 年 1 月.
 8. Volume forms and compact Clifford–Klein forms, ワークショップ「不連続群の変形とその周辺」, 名古屋大学, 2015 年 2 月.
 9. 等質空間がコンパクト商を持つための位相的制約, 日本数学会 2015 年度年会, 明治大学, 2015 年 3 月.
 10. Cohomological obstructions to the existence of compact Clifford–Klein forms, Mathematical Symposium ENS Lyon–Todai, École Normale Supérieure de Lyon, 2016 年 6 月 (ポスター発表).

11. (1) Proper actions on corank-one reductive homogeneous spaces (after Kassel), (2) A new cohomological obstruction to the existence of compact Clifford–Klein forms, リー群の群作用と大域解析セミナー, 玉原国際セミナーハウス, 2015年8月.
12. Homogeneous spaces locally modelling no compact manifold, 第15回関東若手幾何セミナー, 慶應義塾大学, 2015年10月.
13. コンパクト Clifford–Klein 形の存在問題について, 2015年度表現論シンポジウム, 公共の宿おとり荘, 2015年11月.
14. A cohomological obstruction to the existence of compact Clifford–Klein forms, Berkeley–Tokyo Winter School “Geometry, Topology and Representation Theory”, University of California, Berkeley, 2016年2月.

FMSP の活動への参加

FMSP が主催・共催する研究会:

1. Geometry and Analysis on Manifolds — A Memorial Symposium for Professor Shoshichi Kobayashi—, 東京大学, 2013年5月.
2. Winter School on Representation Theory of Real Reductive Groups, 東京大学, 2014年2月.
3. FMSP 交流会, 東京大学, 2014年7月.
4. Study Group Workshop 2014, 東京大学, 2014年8月.
5. Rigidity School, Tokyo 2014 (2nd), 東京大学, 2014年11月.
6. Winter School 2015 on Representation Theory of Real Reductive Groups, 東京大学, 2015年1月.
7. Rigidity School, Tokyo 2015, 東京大学, 2015年11月.
8. Winter School 2016 in Representation Theory of Reductive Groups, 東京大学, 2016年1月.

9. Berkeley–Tokyo Winter School “Geometry, Topology and Representation Theory”, University of California, Berkeley, 2015年2月.

5, 9 では自身の研究内容を発表した. 1–2, 5–9 では発表を聞き, 幾何学ないし Lie 群論・表現論に関する知識・考えかたを学んだ. 3–4 では数学以外の自然科学者や, 企業の方と交流を行った.

FMSP レクチャーズ:

1. Birgit Speh, Representations of reductive groups and L-functions, 東京大学, 2013年7月.
2. Simon Gindikin, Horospheres: geometry and analysis, 東京大学, 2013年12月.
3. Gordan Savin, Structure of rational orbits in prehomogeneous spaces, 東京大学, 2014年7月.

発表を聞き, Lie 群論・表現論に関する知識・考えかたを学んだ.

FMSP から旅費等の補助を得て参加した国内外の研究会, セミナー:

1. 2013年度表現論シンポジウム, マホロバマインズ三浦, 2013年11月.

自身の研究内容を発表した. また発表を聞き, Lie 群論・表現論に関する知識・考えかたを学んだ.

受賞

1. 数理科学研究科長賞 (2013年度).