

北川 宜稔 (KITAGAWA Masatoshi)

学振 DC2

数理科学専攻 博士課程 3 年

### 研究概要

リー群の表現の分岐則に関する研究を行った。特に簡約リー群  $G_{\mathbb{R}}$  の簡約な部分群  $G'_{\mathbb{R}}$  への分岐則を調べ、次のような結果を得た。

1. 正則離散系列表現の分岐則の安定性
2. 正則離散系列表現の分岐則の有限次元表現の分岐則への帰着
3. 無重複な正則離散系列表現の分類
4. ある種の  $U(\mathfrak{g})^{G'}$ -加群の既約性

1. 小林俊行氏の研究によって、ユニタリ最高ウェイト加群の正則な対称対への制限は一様に有界な重複度を持つことが示されていた。その特別な場合である正則離散系列表現の場合に、正則な対称対への制限の分岐則が、佐藤文広氏によって「安定性」と呼ばれた性質を満たすことを示し、重複度の最大値をファイバーの言葉で計算する式を得た。これによって、小林俊行氏によって得られていた、ユニタリ最高ウェイト加群の対称対への制限の無重複性に関する十分条件が、上記の設定の下では必要条件でもあることを示した。

2. 正則離散系列表現の解析接続というよく知られた手法を用いて、正則離散系列表現の分岐則の性質を、有限次元表現の分岐則の性質に帰着させることが出来た。特に、正則離散系列表現の対称対への制限が無重複になることと、既約有限次元表現のある系列の対称対への制限が全て無重複になることが同値であることを示した。

3. 上記の二つの結果を用いて、対称対に制限したときに無重複になるような正則離散系列表現の分類を与えた。

4.  $(\mathfrak{g}, K)$  などは  $G_{\mathbb{R}}$  から得られるペアとする。 $(\mathfrak{g}, K)$ -加群の分岐則から、自然に絡作用素の空間上の  $U(\mathfrak{g})^{G'}$ -加群が得られる。すなわち、既約  $(\mathfrak{g}, K)$ -加群  $V$  と既約  $(\mathfrak{g}', K')$ -加群  $V'$  に対して、 $\text{Hom}_{\mathfrak{g}', K'}(V, V')$  (または  $\text{Hom}_{\mathfrak{g}', K'}(V', V)$ ) は  $U(\mathfrak{g})^{G'}$ -加群となる。このような加群は  $G'_{\mathbb{R}}$  がコンパクトである場合には既約になることが古くから知られ、Harish-Chandra による  $(\mathfrak{g}, K)$ -加群の研究などに用いられていた。一方、 $G'_{\mathbb{R}}$  が非コンパクトである場合の  $U(\mathfrak{g})^{G'}$ -加群の構造は Howe による dual pair の理論などの特別な場合

以外には知られていなかった。 $(G_{\mathbb{R}}, G'_{\mathbb{R}})$  が対称対であるときに、以下の二つの場合に対してこの加群の既約性を示すことが出来た。一つ目は離散系列表現が離散分解する場合であり、二つ目は正則離散系列表現の反正則型の対称対への制限である。ただし二つ目に関しては、 $V'$  に対してある種の非整数条件を課している。

### 発表論文

1. M. Kitagawa, 正則離散系列表現の分岐則と複素化について, RIMS Kokyuroku, **1977** (2015) 77–90.
2. M. Kitagawa, Stability of branching laws for highest weight modules, Transformation Groups, **19**(4) (2014) 1027–1050.
3. M. Kitagawa, A stability theorem for multiplicity-free varieties and its applications, RIMS Kokyuroku, **1877** (2014) 41–49.
4. M. Kitagawa, Stability of branching laws for spherical varieties and highest weight modules, Proc. Japan Acad. Ser. A Math Sci. **89**(10) (2013), 144–149.

### 学位論文

(博士論文) Algebraic structure on the space of intertwining operators

### 口頭発表

1. The BGG category  $\mathcal{O}$  and the category of generalized Harish-Chandra modules, 日本数学会 2016 年度年会, 筑波大学, 2016 年 3 月.
2. 絡作用素の空間に入る代数構造について, 表現論セミナー, 北海道大学, 2016 年 3 月.
3. Classification of multiplicity-free holomorphic discrete series representations, 日本数学会 2015 年度秋季総合分科会, 京都産業大学, 2015 年 9 月.
4. On the irreducibility of  $U(\mathfrak{g})^H$ -modules, Analytic representation theory of Lie groups, カブリ数物連携宇宙研究機構, 2015 年 7 月.

5. 正則離散系列表現の分岐則と複素化について, RIMS 研究集会「表現論および関連する調和解析と微分方程式」, 京都大学数理解析研究所, 2015 年 6 月.
  6. On irreducibility of  $U(\mathfrak{g})^H$ -modules, AGU Workshop on Geometry and Representation Theory, 青山学院大学理工学部, 2015 年 5 月.
  7. 部分群の複素化のみに依存する正則離散系列表現の分岐則の性質について, トポロジー・幾何セミナー, 広島大学, 2015 年 4 月.
  8. ユニタリー表現の分岐則と複素化について, 2014 年度表現論シンポジウム, 淡路島 夢海游, 2014 年 11 月.
  9. Stable branching laws for spherical varieties, East Asian Core Doctorial Forum on Mathematics, 京都大学理学研究科数学教室, 2014 年 1 月.
  10. A stability theorem for multiplicity-free varieties and its applications, 表現論および表現論の関連する諸分野の発展, 京都大学数理解析研究所, 2013 年 6 月.
  11. A stability theorem for spherical varieties and its applications, Group Actions with applications in Geometry and Analysis, University of Reims, フランス, ポスター発表, 2013 年 6 月.
3. 第 12 回 数学総合若手研究集会, 北海道大学, 2016 年 2 月  
同世代の学生や研究者と交流を深め、また自らと異なる分野に触れることができよい刺激になった。
  4. (長期海外渡航、インターンシップなど) 九州大学マス・フォア・インダストリ研究所 (2/5-2/19)、北海道大学 (2/21-3/6)  
落合啓之教授や九州大学に所属する学生と議論などを行った。北海道大学では、山下博教授やその学生とセミナー等を行った。同項目 2. 3. で記述した研究集会を聴講した。また、3/4 に北海道大学で行われた表現論セミナーにおいて講演を行った。講演や議論を行った際に受けた質問によって、今考えている問題を新たな視点から捉えられるようになった。

#### 受賞

数理科学研究科長賞 (2012 年度)

#### FMSP の活動への参加

1. Winter School 2016 in Representation Theory of Reductive Groups, 東京大学数理科学研究科, 2016 年 1 月.  
Jeffrey Adams 氏、Yiannis Sakellaridis 氏、Wan-Yu Tsai 氏、Tobias Weich 氏らの講演を聞き、簡約 Lie 群や簡約代数群の表現論に関する知見を深めることができた。
2. Geometry, Representation Theory, and Differential Equation, 九州大学, 2016 年 2 月  
等質錐、概均質ベクトル空間、Whittaker function、Symmetry breaking operators などに関する講演を聞き、表現論やそこから生じる解析や幾何について学ぶことができた。