

甘中 一輝 (KANNAKA Kazuki)

数理科学専攻 修士課程 2 年

研究概要

本年度は不定値計量を持つ場合の局所対称空間の離散スペクトラムに興味を持ち、理論の学習、さらに関連する研究を行った。以下に、まず研究の背景となる小林俊行教授の理論を説明し、その後私の研究を説明する。

X を不定値計量を持つ簡約型対称空間、 Γ を X の不連続群、 X_Γ を局所対称空間 $\Gamma \backslash X$ とする。不定値計量を持つ場合の局所対称空間 X_Γ 上の大域解析は、例えばそのラプラス作用素が楕円型でないこと等、様々な困難があって未開拓の分野であった。そのような状況の中で X_Γ の離散スペクトラムに関する新理論を創始した、2016 年の小林-Kassel による論文の中で、彼らは Γ が X の「強不連続群」である時に、 Γ の X における軌道の数え上げの評価を行い、それを X_Γ の離散スペクトラムの (無限個の) 構成に応用した。ここで、強不連続性とは簡約型等質空間の不連続群について小林により定義された概念で、これは小林、Benoist により確立された、簡約群の Cartan 射影を用いる不連続性の判定法をもとに定義される。従って強不連続性は一般の (簡約型ではない) 等質空間の不連続群について定義されるものではない。

私は強不連続性を課さない場合にも、軌道の数え上げを評価することで小林-Kassel の手法を用いて離散スペクトラムを構成する事を目標とした。目的のためには、 X の一般化カルタン分解を用いて得られる「擬球」において Γ の軌道を数え上げた際に、軌道によらずその数え上げが擬球の半径に関する同じ指数関数で上から抑えられる事を示せば良い。ここで、正定値計量を持つ場合とは違い、 X が不定値計量を持つ場合は一つの軌道の数え上げが指数増大以下になることすら明らかでは無く、例えば e^{e^R} のような増大度になる可能性がある。まずは取っ掛りをつかむために、本年度では不連続ではあるが強不連続ではない最も簡単な場合として、2017 年に Guéritaud-Kassel によって構成された、3 次元反ド・ジッター空間における無限自由生成の強不連続に作用しない不連続群を用いて計算することにした。本年度では全ての軌道の数え上げの評価を行うことは出来なかったが、原点の軌道の数え上げについては指数増大であることが分かった。

学位論文

(修士論文) 反ド・ジッター空間における無限生成の強不連続性を有さないある不連続群の軌道の数え上げについて。

口頭発表

1. 論文 “Essential Self Adjointness for the Dirac Operator and Its square” (J.A.Wolf) の紹介, Workshop on “Actions of Reductive Groups and Global Analysis”, 東京大学玉原国際セミナーハウス, 2016 年 8 月.
2. 論文 “Poincare series for non-riemannian locally symmetric spaces” (Kobayashi-Kassel, 2016) の一部の紹介, Workshop on “Actions of Reductive Groups and Global Analysis”, 東京大学玉原国際セミナーハウス, 2017 年 8 月.