

博士課程学生 (Doctoral Course Students)

北川 宜稔 (KITAGAWA Masatoshi)

(学振 DC2)

(FMSP コース生)

A. 研究概要

Lie 群の表現の分岐則に関して研究を行っている。特に、分岐則に表れる重複度が一様に定数で抑えられるような場合を考察している。エルミート型半単純 Lie 群の正則離散系列表現を対称部分群に制限する場合は、代表的な例となっている。

正則離散系列表現の分岐則に関して次の 3 つの研究を行っている。

1. 正則な対称部分群に制限した場合の重複度の記述
2. 複素化が内部自己同型で共役になるような 2 つの部分群に対する分岐則の比較
3. 普遍包絡環の不変部分 $\mathcal{U}(\mathfrak{g})^H$ の作用の既約性

1. 小林俊行氏は可視的作用の理論を用いて、エルミート型半単純 Lie 群 G の正則離散系列表現を対称部分群 H に制限する場合に、分岐則が無重複になるための十分条件を与えた。私は、 H が正則という条件を満たすときに、この十分条件が必要十分条件であることを示した。

2. 連結半単純 Lie 群 G の部分群 H と H' で、次の条件を満たすものを考える。

「 H, H' の複素化は G の複素化の中で、内部自己同型で移りあう。」

G の有限次元表現を H と H' に制限することを考えた場合、Weyl のユニタリートリックにより G の複素化の正則な有限次元表現に帰着することができる。したがって、 G の有限次元表現の H と H' に対する分岐則は、同じであるといえる。正則離散系列表現は無限次元表現なので、そのままの主張は成り立たないが、 \mathfrak{h} と \mathfrak{h}' が \mathfrak{k} の中心を含む場合に、類似の主張が成り立つことを示した。具体的には、正則離散系列表現を解析接続することで、分岐則を有限次元の場合に帰着することができる。そして、有限次元表現に対して Weyl のユニタリートリックを適応し、 H と H' に対する分岐則の間の関係式を得た。

3. V を (\mathfrak{g}, K) -加群、 W を (\mathfrak{h}, K_H) -加群としたとき、 $\text{Hom}_H(V, W)$ には $\mathcal{U}(\mathfrak{g})^H$ の作用を入れることができる。 V, W が共に正則離散系列表現になる場合に、この作用が既約であることを示した。

I study branching laws of representations of Lie groups. In particular, I consider the case that multiplicities in the branching laws are uniformly bounded. A representative example is restrictions of holomorphic discrete series representations with respect to symmetric subgroups.

I study the following three subjects about branching laws of holomorphic discrete series representations:

1. description of multiplicities,
2. comparison of two branching laws if the complexifications of two subgroups are conjugate in the complexification of G ,
3. irreducibility of $\mathcal{U}(\mathfrak{g})^H$ -action.

1. Using the theory of visible actions, Professor Kobayashi gave a sufficient condition for multiplicity-freeness of restrictions of holomorphic discrete series representations with respect to a symmetric subgroup H . I showed that the condition is a necessary condition if H is of ‘holomorphic type’.

2. Consider two subgroups H and H' of connected semi-simple Lie group G satisfying the following condition:

‘the complexifications of H and H' are conjugate by an inner automorphism of the complexification of G .’

Using Weyl’s unitary trick, we can reduce branching problems of finite-dimensional representations of G to holomorphic finite-dimensional representations of $G_{\mathbb{C}}$. Thus we can see that the branching laws for H and H' are same.

I showed an analogous assertion for holomorphic discrete series representations if \mathfrak{h} and \mathfrak{h}' contain the center of \mathfrak{k} . We can reduce the branching laws to branching laws for finite-dimensional representations by the analytic continuation of holomorphic discrete series representations. We obtain the relation between two branching laws by applying Weyl’s unitary trick for finite-dimensional representations.

3. Let V be a (\mathfrak{g}, K) -module, and W be a (\mathfrak{h}, K_H) -module. Then $\text{Hom}_H(V, W)$ is a $\mathcal{U}(\mathfrak{g})^H$ -module. If V and W are holomorphic

discrete series representations, I proved that the module is irreducible.

B. 発表論文

1. M. Kitagawa: “Stability of branching laws for spherical varieties and highest weight modules”, Proc. Japan Acad. Ser. A Math Sci. **89**(10) (2013), 144–149.
2. M. Kitagawa: “Stability of branching laws for highest weight modules”, Transformation Groups, **19**(4) (2014) 1027–1050.

C. 口頭発表

1. A stability theorem for spherical varieties and its applications, Group Actions with applications in Geometry and Analysis, University of Reims, フランス, ポスター発表, 2013年6月.
2. A stability theorem for multiplicity-free varieties and its applications, 表現論および表現論の関連する諸分野の発展, 京都大学数理解析研究所, 2013年6月.
3. Stable branching laws for spherical varieties, East Asian Core Doctorial Forum on Mathematics, 京都大学理学研究科数学教室, 2014年1月.
4. ユニタリー表現の分岐則と複素化について, 2014年度表現論シンポジウム, 淡路島 夢海遊, 2014年11月.

D. 講義

E. 修士・博士論文

F. 対外研究サービス

G. 受賞

2012年度 数理科学研究科長賞